UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

TESIS:

MODELO BOOLEANO CLÁSICO EN EL APRENDIZAJE DE PROPOSICIONES LÓGICAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA DE LA UNDAC. – 2014.

PARA OPTAR EL TITULO DE LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÒN

EN LA MENSIÓN: MATEMÁTICA FÍSICA

AUTOR: Carmen Luz SURCO ESTRELLA
Luis Rolando CORDOVA CRISPIN

ASESOR: Mg. Tito Armando RIVERA ESPINOZA

CERRO DE PASCO - PERU
2015

A los docentes de la Carrera Matemática Física
De la Universidad Nacional
Daniel Alcides Carrión de Pasco, por
Encaminar la acreditación universitaria.

.
.

Índice

Introducción

Según la mayoría de estudios que se han estado realizando en los últimos años la recuperación y organización de la información es uno de los aspectos que han cobrado mayor relevancia. En la actualidad estos estudios resaltan la vital importancia que ha cobrado ese campo. Esto se debe en gran medida a que los buscadores de internet están situados como el primer método utilizado para obtener cualquier tipo de información sea para el uso que sea (académico, lúdico, empresarial).

Debido a esto es de vital importancia conocer cuales son los métodos o modelos de recuperación utilizados por los grandes buscadores (booleano, probabilístico, vectorial). En los últimos años y debido a los intereses económicos derivados de buenos posicionamientos en los distintos buscadores se está produciendo un boom en todos los campos relacionados con este tema, por tanto es necesario conocer como se estructuran los modelos de recuperación con anterioridad; los principales modelos de recuperación son: (1) *Modelos clásicos:* entre los que se encuentran los modelos probabilístico, booleano y vectorial y (2) *Modelos estructurales*: entre los que destacan listas no sobrepuestas y el método de los nodos proximales.

Por estos considerandos el modelo Booleano clásico a lo largo de la historia de la humanidad no se ha presentado como una actividad fácil de entender y aprender debido a diferentes factores, lo cual ha provocado que los estudiantes de los diversos niveles educativos la tomen como un obstáculo en su aprendizaje aplicativo razonado.

Esta preocupación se refleja en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; institución educativa del nivel secundario, que depende administrativa y académicamente de la Dirección Regional de Educación Pasco y de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Por ello, esta institución educativa de Nivel Secundario, debe modificar el tratamiento del aprendizaje del área de matemática, razón por la cual esta investigación intitulado *“MODELO BOOLEANO CLÁSICO EN EL APRENDIZAJE DE PROPOSICIONES LÓGICAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA DE LA UNDAC. – 2014”*; se orientó a proponer una modalidad de enseñanza del modelo en el aprendizaje de proposiciones lógicas, como un sistema matemático deductivo por medio de la interpretación de sus pasos y los fundamentos teóricos. Por cierto, hacer que el proceso de inter aprendizaje de esta área se realice con calidad y que sirva a los intereses de los estudiantes en especial a los de la institución en estudio, para luego compartir esta experiencia en otras áreas e instituciones del ámbito.

Para una mejor comprensión del trabajo se dividió en:

Capítulo I: Planteamiento de la investigación, presentando la identificación, determinación y formulación de los problemas, objetivos: general y específicos, justificación de la investigación.

Capítulo II: presentamos el Marco Teórico, desarrollando los antecedentes de estudio, lo relacionado a las bases teóricas - científica, abordando temas lineales al trabajo propuesto y la definición de términos.

Capítulo III: desarrollamos la metodología de investigación: tipo – nivel, diseño de investigación; la descripción de la población y muestra sometida a la investigación; técnica e instrumentos empleados para la recolección de datos; y la técnica para el procesamiento y análisis de datos como también; hipótesis: general y específica con las variables del caso.

Capítulo IV: presentamos los resultados y discusión a través del tratamiento estadístico y la validación de la hipótesis que comprende la presentación de los resultados apoyados en cuadros y gráficos con sus correspondientes explicaciones

Finalmente la conclusión, sugerencia, bibliografía y anexo.

Los autores

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Identificación y determinación del problema

Entendida que la matemática se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas y otros, de la misma forma se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos, ideas o problemas matemáticos. En consecuencia la mayoría de estudios que se han estado realizando en los últimos años está centrado en la recuperación y organización de la información como uno de los aspectos que han cobrado una mayor relevancia.

En la actualidad estos análisis resaltan la vital importancia que ha cobrado ese campo. Esto se debe en gran medida a que los buscadores de internet están situados como el primer método utilizado para obtener cualquier tipo de información sea para el uso que sea (académico, lúdico o empresarial).

Debido a esto es de vital importancia conocer cuáles son los métodos o modelos de recuperación utilizados por los grandes buscadores (booleano, probabilístico, vectorial). En los últimos años y debido a los intereses económicos derivados de buenos posicionamientos en los distintos buscadores se está produciendo un boom en todos los campos relacionados con este tema, por tanto es necesario conocer cómo se estructuran los modelos.

Estos considerandos hacen que presentemos el trabajo como un seguimiento de los contenidos estructuradas bajo la descripción de las principales características del modelo Booleano clásico, entendida como una recuperación simple, basado en la teoría de conjuntos y el álgebra booleana. Dada su inherente simplicidad y su pulcro formalismo que ha recibido gran atención y su adopción por muchos de los primeros sistemas bibliográficos comerciales. Su estrategia de aceptación está basada en un criterio de decisión binario (pertinente o no pertinente) sin ninguna noción de escala de medida, sin noción de un emparejamiento parcial en las condiciones de la pregunta, para una proposición lógica simple o compuesta

Estas consideraciones hacen que nos planteamos el desarrollo de la siguiente investigación intitulado *“MODELO BOOLEANO CLÁSICO EN EL APRENDIZAJE DE PROPOSICIONES LÓGICAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA DE LA UNDAC. – 2014”*; basándonos en sus teorías del modelo Booleano para un aprendizaje de proposiciones lógicas del entorno y que esté al alcance para la comunidad estudiosa con razonamiento; siendo así las siguientes interrogantes:

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Cómo es el modelo Booleano clásico en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014?

1.2.2. Problemas específicos

¿Cuáles son los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso?

¿Cómo se relaciona el modelo Booleano en el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento?

1.3. Formulación de objetivos

1.3.1. Objetivo general

Precisar el modelo Booleano clásico en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.

1.3.2. Objetivos específicos

Describir los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso.

Determinar la relación del modelo Booleano en el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento.

1.4. Importancia y alcances de la investigación

El presente estudio se enmarca en la preocupación social sobre cómo lograr que la educación secundaria sea un factor de equidad cognitiva social. En esta zona sus posibilidades de concreción son aún escasas frente a los enormes déficits sociales y educativos acumulados. Las mayores posibilidades de educabilidad están aún lejos de ser alcanzadas por estudiantes de este nivel, que viven en ambientes familiares sin estímulo afectivo, lúdico e intelectual y con niveles precarios de calidad de vida. Sólo a través de una política orientada a generar mayor equidad en las oportunidades puede evitar que las reformas educativas refuercen las brechas existentes. No es sólo un asunto de cobertura, se trata de compensar diferencias en aquellos lugares en los que existe debilidad profesional y de gestión para asumir las propuestas de modelos de enseñanza y aprendizaje.

De allí que nuestro interés se vincule al estudio de las prácticas educativas en las aulas del laboratorio de la muestra programada, la cual constituye en nuestro entorno el modelo organizativo mayoritario de la educación secundario en esta zona.

> *"aprender a enseñar no tanto en base a grandes teorías, de las que se espera prescribir normas de desempeño docente sino más bien* ***el aprendizaje a enseñar se basa en la descripción de las prácticas de los mejores maestros.*** *(.....) Proceso donde intervienen perspectivas filosóficas, enseñanzas de ensayo y error, creencias personales, los principios de formación profesional -en caso de que se haya contado con alguna, memoria personal, una activa noción de lo que es curricularmente relevante y pertinente a la circunstancia concreta de los alumnos y, creemos, también se incluyen los principios de acción que se reciben e intercambian en los encuentros con otros docentes"*

Por ello, la efectividad de las propuestas modelas de los matemáticos y de manera muy especial George Boole para la percepción de proposiciones lógicas secuenciadas y practicables para este nivel de estudiantes pertinentes.

CAPITULO II

MARCO TEORICO

2.1. Antecedentes de estudio: Habiendo indagado sobre trabajos similares a esta, se pudo compilar los trabajos de temas análogos siguientes:

A nivel internacional

Tesis; ***Contribución al estudio de ternas de Morgan generalizadas*****;** presentada por, Tomasa Calvo Sánchez, en la Universidad Politécnica de Madrid (España) en 1989; llegando a presentar el siguiente resumen:

Se enmarca dentro de la lógica polivalente fundamentalmente, haciendo referencia en especial a los conjuntos difusos utilizando operadores conjunción y difusión, con los que la estructura de retículo, base de la lógica booleana, no se mantiene, pero se consiguen estructuras algebraicas más flexibles, no obstante si se mantiene con estas conectivas la estructura básica denominada ternas de Morgan, a partir de estas citadas ternas de Morgan, el trabajo ofrece un estudio en profundidad, de las llamadas ternas de Morgan generalizadas, construidas por medio de la combinación de distintos operadores, como son las t-normas, t-conormas, funciones de agregación, medias casi-aritméticas y funciones lc, que generalizan de alguna manera las conectivas y, o; conjuntamente con una negación fuerte que generaliza el no.

Los resultados obtenidos, que avalan todo lo anterior, están expresados por medio de teoremas, obtenidos por medio de la resolución de gran número de ecuaciones funcionales.

En definitiva, el trabajo, abre una vía importante en áreas de gran interés en la ciencia, especialmente en inteligencia artificial.

Tesis; ***Un estudio algebraico de las lógicas temporales***; presentado por Francisco Miguel García Olmedo en la Universidad de Granada (España) en 1994; presentado el siguiente resumen:

En la memoria se efectúa un estudio de las algebras temporales, en el mismo se concretan diversos resultados sobre la aritmética de las operaciones temporales y propiedades de las congruencias. el estudio de las congruencias a su vez, dedica una parte a las irreducibles, completamente irreducibles y maximales.

Se da igualmente una caracterización de las algebras temporales simples y una amplia gama de algebras semi simples.

El resto del trabajo se dedica a dar teoremas de estructura para algebras temporales libres y el estudio de algunas sub variedades. Entre otras consecuencias se obtiene un recuento de los átomos de algebras temporales libres cuando los hay.

Finalmente, se hace un estudio computacional de las algebras temporales finitas incluyendo una implementación en lenguaje común y corriente.

Tesis; ***Modelos booleanos e independencia de la hipótesis del continuo***; presentado por Ramón Jansana Ferrer; en la Universidad de Barcelona (España) en 1982; llega a la siguiente conclusión:

En esta tesis se presentan fundamentalmente dos resultados nuevos en el contexto de la aplicabilidad del método de los modelos booleanos a la obtención de pruebas meta teóricas para teorías impredicativas de clases, tales resultados son los siguientes: 1) la adaptación de los modelos booleanos para el estudio de la teoría de conjuntos de kelley y morse en el caso en que el álgebra que determina el modelo es un conjunto (no una clase propia). 2) una serie de pruebas de independencia y consistencia relativa respecto a la teoría de kelley y morse utilizando la adaptación del método de los modelos booleanos mencionada anteriormente. En particular se presenta una prueba de la independencia de la hipótesis generalizada del continuo.

A nivel nacional

***Influencia de las estrategias metodológicas de enseñanza y las técnicas de estudio utilizados por los alumnos, en el rendimiento académico de curso básico en estudiantes de la U.N.A. – Puno*.** Tesis para optar el grado académico de Magíster en Ciencias de la Educación en la UNE., presentado por Hugo Condori Mamani.

Esta tesis explica cómo influyen las estrategias metodológicas de enseñanza de los profesores y las técnicas de estudio que utilizan los alumnos, en el rendimiento académico de curso básico en la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

Para comprobar la hipótesis planteada, se utilizó la prueba estadística Ji cuadrada de independencia, la que permitió llegar a las siguientes conclusiones:

El promedio de rendimiento académico de los alumnos en el curso básico es de 8,3 puntos, lo cual es desaprobatorio en el sistema vigesimal de evaluación. Los resultados del rendimiento académico son heterogéneos, ya que el coeficiente de variabilidad es de 48,2%.

Las estrategias metodológicas de enseñanza influyen en menor medida que las técnicas de estudio que utilizan los alumnos, en el rendimiento académico del curso básico, pues así lo confirman los valores calculados de Ji de independencia.

Tesis; ***Eficiencia del software interactivo pipo para mejorar la exactitud y aumentar la velocidad en la resolución de operaciones aritméticas en niños de la aldea infantil san Nicolás del distrito de Yanacancha*,** presentada por Yesica Milagros CONDOR SEGURA, *2013, Cerro de Pasco*; *tesis para* optar el grado de maestra en ciencias de la educación con mención: docencia en el nivel superior¸ llegando a las siguientes conclusiones:

1. Los instrumentos utilizados en la presente investigación sobre la Eficiencia del Software Interactivo Pipo y la mejora de la Exactitud y Aumento de la Velocidad en la Resolución de Operaciones Aritméticas en niños de la Aldea Infantil San Nicolás presenta validez y confiabilidad de acuerdo a los análisis estadísticos practicados.
2. Los resultados indican que la Eficiencia del Software Interactivo Pipo no tiene relación significativa con la mejora de la Exactitud y el Aumento de la Velocidad en la Resolución de Operaciones Aritméticas en niños de la Aldea Infantil San Nicolás del Distrito de Yanacancha – Pasco.
3. Una deducción valida a partir de los resultados obtenidos en la Encuesta para Docentes es que presentan una apreciación positiva referencia a la eficiencia del software interactivo pipo, y en cuanto la Prueba Objetiva para los niños se aprecia que el uso del juego didáctico y de material concreto beneficia el desarrollo y el aprendizaje de los niños dando un resultado positivo concerniente a la exactitud y velocidad en la resolución de operaciones aritméticas.
4. Mediante la Prueba estadística no Paramétrica de la Chi Cuadrada se determinó que no existe una relación significativa entre la variable Independiente y la variable Dependiente ya que el valor tabular es de $X^2_C = 5{,}99$ y el valor experimental es de $X^2 = 5{,}843$.
5. En términos generales, los resultados obtenidos justifican la aceptación de la Hipótesis General de Investigación, esto es: El nivel de Eficiencia del Software Interactivo Pipo mejora significativamente la Exactitud y Aumenta la Velocidad en la Resolución de

Operaciones Aritméticas en niños de la Aldea Infantil San Nicolás del distrito de Yanacancha.

A nivel local

Tesis ***las técnicas participativas como aprestamiento para el estudio de proposiciones lógicas con estudiantes del 5to año de educación secundaria de la I.E. María Parado de Bellido – Pasco;*** Presentado por Nelson Torres Fretell y Mirza Kati Gomez Condezo ; para optar el título profesional de licenciado en ciencias de la educación ; UNDAC., Pasco, 2008 ; llegando a las siguientes conclusiones:

- Las técnicas participativas con su uso adecuado de sus estrategias promueve aprestamiento generando el potencial académico en los estudiantes.
- Los estudiantes son motivados para responder a las expectativas de la problemática del entorno.
- Los estudiantes se convierten dinámicos, creativos y dialogantes; produciendo curiosidad e investigación.
- En el estudio de las proposiciones lógicas a través de las técnicas participativas el APRENDIZAJE de contenidos es más que la ENSEÑANZA.
- La expresión oral por medio de las técnicas participativas mejora, dando lugar a un razonamiento crítico.
- La integración y consolidación grupal de las partes de la temática estudiada lleva al más alto nivel de entendimiento.
- Estas técnicas son eficientes, divertidas y facilitan la responsabilidad del educando.
- La medición de las relaciones interpersonales, es del orden del 24,20 % lo que indica que después de la aplicación de las técnicas participativas los integrantes de la investigación son capaces de demostrar afecto-comparten sus sentimientos con los demás-son alegres y optimista-son sociables-mantienen adecuada relación amical con los demás.

Tesis; ***Dinámicas motivacionales para un aprendizaje de calidad en el área lógico – matemático de las instituciones educativas secundarias de Yanacancha***; Autor Joseph Robles Espinoza, en UNDAC-Pasco, 2010; trabajo presentado para optar el grado de magister en Ciencias de la Educación, con mención en Liderazgo y gestión educativa; concluye en:

El presente trabajo se realizó en las diferentes instituciones estatales de educación secundaria del Distrito de Yanacancha en la ciudad de Cerro de Pasco, en la Provincia de Pasco, el cual está ubicado en la Región Pasco. Se tuvo como unidad muestral a las instituciones educativas de educación Básica Regular del distrito de Yanacancha. En el se tenía como objetivo la determinación del grado de influencia de las Dinámicas Motivacionales para un aprendizaje de calidad del Área Lógico Matemático de las Instituciones Educativas Secundarias de Yanacancha. Según esta investigación es determinante las Dinámicas Motivacionales en la clase, en el proceso de aprendizaje del estudiante, pudiendo llegar a ser el éxito del aprendizaje.

La metodología que se aplicó para el desarrollo del presente trabajo de investigación, consistió en el trabajo de campo y gabinete que tenía la finalidad de proponer dinámicas motivacionales que permitan el desarrollo del aprendizaje significativo del Área de Lógico Matemático en los estudiantes de educación secundaria en el Distrito de Yanacancha, estableciendo el nivel de aprendizaje del Área Lógico Matemático que presentan los estudiantes antes y posterior a la aplicación de la propuesta.

La hipótesis general de trabajo planteaba que: “Las dinámicas motivacionales ejercen influencia significativa en el aprendizaje de calidad del Área Lógico Matemático de las Instituciones Educativas de Yanacancha”, donde los resultados fueron significativos y relevantes.

La aplicación de la Dinámicas Motivacionales con todos sus elementos o aspectos en el desarrollo de las actividades de aprendizaje, son muy necesarias toda vez que desarrollan en los estudiantes aprendizajes significativos.

Tesis; ***Estudio de la lógica de clases por medio de módulos autoinstructivos para estudiantes del 1er. año de educación secundaria de la I.E. María Parado de Bellido – Pasco***; presentado por Roció Katy Yantas Chuco, para optar el título profesional de licenciado en ciencias de la educación, especialidad matemática y física en el año de 2010; llegando a las siguientes conclusiones:

- El aprendizaje de la lógica de clases a base de modulo auto instructivo se hace dinámico, provocado, analítico e investigativo.
- El inter aprendizaje a base de modulo auto instructivo es el adecuado para el aprendizaje óptimo de la lógica de clases (cuadro Nº 6).
- El modulo auto aprendizaje es un recurso que facilita al maestro o tutor a programar ítems de investigación.
- Un módulo presentado a través de sus acciones provocan el dialogo y la investigación a la profundidad del tema.
- Si el inter aprendizaje realizado a base de modulo el tema de la lógica de clases no hay la necesidad de realizar las evaluaciones escritas, el trabajo se hace más dialogante y oral.
- Un módulo identificado a través de sus componentes dan como resultado las guías prácticas para el aprendizaje
- Con el uso y manejo del módulo auto instructivo no hay la necesidad de utilizar otros medios o recursos como: multimedia, retroproyector, entre otros.
- El tutor o profesor del curso se dedica a orientar a los que no interpretan la lógica de clases, los que avanzan siguen las demás actividades.

Tesis; **M*anual interactivo en el aprendizaje significativo en el área de lógico matemática en los alumnos del primer grado de***

educación secundaria de la institución educativa Columna Pasco, San Juan Pampa, Yanacancha, presentado por Noé Ángel Canchari Albornoz y David Arnot Estrella Chaccha ; *2010;* Cerro de Pasco ; tesis para optar el título profesional de licenciado en ciencias de la educación con mención: Computación e Informática Educativa¸ llegando a las siguientes conclusiones:

Con relación al problema principal formulado en el presente trabajo de investigación, se concluye que, con la aplicación de los módulos interactivos influye significativamente en el logro de aprendizajes significativos del área de Lógico Matemática en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Columna Pasco – Yanacancha.

En relación al objetivo principal formulado en el presente trabajo de investigación, se concluye que la aplicación de los módulos interactivos es pertinente en el logro de aprendizajes significativos del área de Lógico Matemática en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Columna Pasco – Yanacancha.

Respecto a la hipótesis se puede afirmar que si se aplican adecuadamente los módulos interactivos entonces se logran aprendizajes significativos del área de Lógico Matemática en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Columna Pasco – Yanacancha.

La educación actual debe estar inmerso en la integración y utilización de nuevas estrategias para desarrollar sus capacidades y competencias de nuestros estudiantes el cual permita el desarrollo integral de sus habilidades personales para resolver problemas de la vida cotidiana en el tiempo y el espacio donde se encuentren.

La aplicación de los módulos interactivos influye significativamente en el logro de aprendizajes significativos del área de Lógico Matemática en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Columna Pasco – Yanacancha, ya que los resultados de la contrastación de hipótesis del análisis estadístico de los datos se tiene que $|t_c = \pm 1{,}6745| > |t_o = -0{,}668|$; De aquí se concluye que no existían diferencias antes de la aplicación de la variable independiente entre el grupo experimental y control; mientras que después de la aplicación variable independiente se observa que $|t_c = \pm 1{,}6745| < |t_o = -5{,}126|$; Por lo tanto los resultados de los estudiantes del grupo experimental ha mejorado significativamente en el logro de aprendizajes significativos del área de Lógico Matemática en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Columna Pasco – Yanacancha.

2.2. Bases teórico científicos

2.2.1. Álgebra booleana: Uno de los descubrimientos matemáticos que ha permitido el desarrollo de la tecnología, es sin duda la estructura matemática **Álgebra de Boole**, en honor a su descubridor GEORGE BOOLE (1813-1864).

Definición: El Álgebra Booleana se da para un conjunto (B) de elementos con los que solo son posibles las operaciones de **UNIÓN, INTERSECCIÓN Y COMPLEMENTACIÓN**, las que constituyen operaciones cerradas.

Estas operaciones se denotan por:

UNIÓN:	(+) ;	($\vee$) ;	($\cup$)
INTERSECCIÓN	(.) ;	($\wedge$) ;	($\cap$)
COMPLEMENTACIÓN		(~) ;	($^{-}$)

Propiedades: las operaciones de unión, intersección y complementación, tiene las siguientes propiedades:

1) De Idempotencia:

$a + a = a$ 1a
$a \cdot a = a$ 1b

2) De Conmutatividad:
$a + b = b + a$ 2a
$a \cdot b = b \cdot a$ 2b

3) De asociatividad:
$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$ 3a
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$ 3b

4) De distributividad:
$a \cdot (b + c) = a.b + a.c$ 4a
$a + (b.c) = (a + b)(a + c)$ 4b
Además el conjunto B tiene a los elementos 0 y 1 donde:
0 Representa al conjunto Vació.
1 Representa al conjunto Universal.

* Se dice que una operación es cerrada, cuando al efectuarse con dos o más elementos de un conjunto su resultado viene a ser también un elemento del mismo conjunto.

Nota 1: El conjunto vació es aquel que no contiene a ningún elemento. Por definición se considera que el conjunto vació está contenido en cualquier otro conjunto.
Nota 2: El conjunto universal es aquel que contiene a todos los elementos. De igual manera se considera que el conjunto universal contiene a cualquier conjunto que pertenezca a B.

Con el conjunto **vació** y **universal** se establecen las siguientes propiedades:

$1 + a = 1$ 5a
$0 \cdot a = 0$ 5b
$a + 0 = a$ 6a
$a \cdot 1 = a$ 6b

Se notará que los elementos 0 y 1 *no tiene nada en común con los números naturales* designados con los mismos símbolos, aquí son elementos del conjunto B con las únicas propiedades definidas por los axiomas 5 y 6.
Las operaciones de complementación son definidas por los axiomas siguientes:

$a + \bar{a} = 1$ 7a
$a . \bar{a} = 0$ 7b
$\bar{\bar{a}} = a$ 8

Observe que los diferentes axiomas son dados en pares y que uno de los términos de cada par se deduce del otro, reemplazando la operación (+) por la operación (.) y recíprocamente; reemplazando además el 1 por el 0 ó el 0 por el 1. Esta propiedad se conoce como PRINCIPIO DE DUALIDAD y es muy útil, pues es aplicable a todos los teoremas y axiomas. Si hubiera que demostrar un teorema, no tendría que demostrarse el reciproco: Sabemos que se cumple por el principio de dualidad.

Nota: *la noción de* ***DUALIDAD*** *tiene una significación física interesante, se ve, en efecto, que corresponde a la definición de lógica positiva y lógica negativa. Una permutación de símbolos 0 y 1 afecta a los niveles lógicos, transformando un circuito AND en un circuito OR y recíprocamente.*

2.2.2. Diagramas de Venn Euler: Las operaciones que se efectúan dentro del álgebra booleana pueden ser representados gráficamente mediante los diagramas de Venn.

Un diagrama de Venn consiste en un área cerrada dentro de la cual se puede representar gráficamente las operaciones con uno o más conjuntos.

A toda el área cerrada se le hace corresponder el 1 que representa al conjunto universal. Además, considerando que el conjunto vació representado por el 0 no contiene ningún elemento, puede ser considerado por definición como contenido dentro de cualquier conjunto y por ende dentro del conjunto universal. Cualquier otro conjunto puede ser representado dentro del área cerrada, lo que significará que dichos conjuntos están contenidos dentro del conjunto universal.

Ejemplo:

En la Fig. (1a) se representa el conjunto universal, en la Fig. (1b) se representa el conjunto A contenido en el conjunto universal; en este caso el área rayado es el conjunto A y el área no rayada es el complemento de A. El complemento de A, se representa Ā.

Se puede observar que la operación A + Ā da como resultado 1, es decir, la unión de A con su complemento nos da el conjunto universal:

$$A + \bar{A} = 1$$

- *a* -　　　　- б

Fig. 1

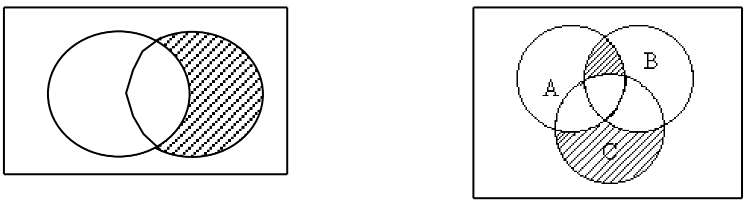
En la Fig. (2a) se representa la operación de unión (A + B) y en la Fig. (2b) la operación de intersección.

A + B　　　　A . B

-a-　　　　-b-

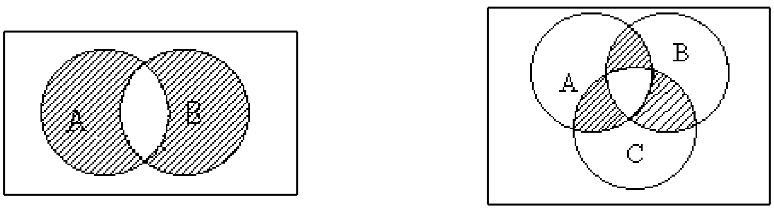
Fig. 2

De manera análoga puede representarse operaciones combinadas de unión, intersección y complementación, tal como se muestra en la figuras 3a, 3b, 3c, 3d.



Ā . B　　　　AB+A´ B´ C´

-a-　　　　- b -



$A'B + AB'$ $\qquad\qquad\qquad$ $A'BC + AB'C + ABC'$

- c - $\qquad\qquad\qquad$ - d –

Fig. 3

2.2.3. Postulados del álgebra de Boole:

Los postulados del Álgebra de Boole son:

$0 + 0 = 0$	(1)	$1 \cdot 1 = 1$	(1´)
$0 + 1 = 1$	(2)	$1 \cdot 0 = 0$	(2´)
$1 + 0 = 1$	(3)	$0 \cdot 1 = 0$	(3´)
$1 + 1 = 1$	(4)	$0 \cdot 0 = 0$	(4´)
$0' = 1$	(5)	$1' = 0$	(5´)
$A'' = A$	(6)	$A = A''$	(6´)

Como puede apreciarse, estos postulados se dan por pares ya que de cada uno de los postulados se genera un dual.

2.2.4. Teoremas del álgebra de Boole: Al igual que los postulados, los teoremas de Boole se dan por pares aplicando el principio de la dualidad y estos son:

Teorema 1: Los elementos **0 y 1** son únicos.
Demostración: Supongamos que existen dos elementos 1 y 1´ en B tales que para todo elemento de B.

$1 + a = 1$ $\qquad$ y $\qquad$ $1' + b = 1'$

para $\quad a = 1'$ $\qquad$ y para $\quad b = 1$

se tiene

$1 + 1' = 1$ $\qquad$ y $\qquad$ $1' + 1 = 1'$

pero en razón de la conmutatividad;

$$1 + 1' = 1' + 1 = 1 = 1'$$

por lo que $\qquad 1 = 1'$

por dualidad el elemento 0 también es único.

Teorema 2: Conmutatividad.

2.1. $A + B = B + A$
2.2. $AB = BA$

Teorema 3: Asociatividad.

3.1. $A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$
3.2. $A (BC) = (AB) C = ABC$

Teorema 4: Distributiva.

4.1. $A (B + C) = AB + AC$
4.2. $A + BC = (A + B) (A + C)$

Teorema 5:

5.1. $A + 1 = 1$
5.2. $A \cdot 0 = 0$

Teorema 6:

6.1. $A + 0 = A$
6.2. $A \cdot 1 = A$

Teorema 7:

7.1. $A + A'B = A + B$
7.2. $A (A' + B) = AB$

Teorema 8: absorción

8.1. $A + AB = A$
8.2. $A (A + B) = A$

Teorema 9: Complemento

9.1. $A + A' = 1$
9.2. $A \cdot A' = 0$

Teorema 10:

10.1. $(X + Y) (X' + Y) = Y$
10.2. $XY + X''Y = Y$

Teorema 11: Principio de la Inducción Perfecta.

Este principio establece que una igualdad se cumple si ésta prevalece para todos los posibles valores que se le asigna a las variables que intervienen en dicha igualdad.

Este principio nos permitirá, por lo tanto, demostrar cualquiera de los teoremas antes dados desde que dentro del conjunto B del Álgebra Booleana, sus elementos ó conjuntos pueden tomar solo los valores contenidos en el conjunto (0,1).

Para aplicar este principio, se construye una tabla en la que colocan todas las posibles combinaciones binarias que se pueden obtener con dichas variables y luego se construyen los conjuntos cuya igualdad deseamos demostrar.

A	B	C	B + C	A (B +C)	AB	AC	AB + AC
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Se demuestra A (B + C) = AB + AC

En la tabla se muestra la aplicación del principio de la inducción perfecta. En este ejemplo se demuestra el teorema de distributividad, tal como se observa en la tabla, se colocan todas las posibles combinaciones que se pueden obtener con las tres variables (A, B, C) *.

En la cuarta columna se ha generado de B con C; en la quinta columna se genera la intersección A (B + C), de esta manera se ha generado el primer miembro de la igualdad. En la sexta columna se genera la intersección AB y en la séptima AC; en la octava columna ya se tiene el segundo miembro AB + AC. La igualdad se observa

Comparando las columnas correspondientes al primer y segundo miembro y en las que se puede notar, que para cada uno de las combinaciones de las variables de entrada, tanto el primer miembro como el segundo toman el mismo valor.

Como ejercicio se propone al lector demostrar los teoremas anteriores, aplicando el principio de la Inducción Perfecta.

Las variables A, B y C que intervienen en la tabla, deberán adoptar valores tales que en el orden ascendente vayan formando los números binarios desde el cero hasta el siete. La finalidad de esto es el barrer inequívocamente todas las posibles combinaciones con las tres variables.

Como se podrá observar, este principio, nos da la impresión que puede aplicarse para demostrar cualquier teorema o identidad algebraica. Así es en efecto, pero tiene el inconveniente de ser tedioso cuando se trata de identidades en las que intervienen un cierto número de variables, por lo que será preferible aplicar los teoremas para demostrar cualquier identidad.

Ejemplo 1.- Demostrar que:

$A' + AB' = A' + B'$

A partir del primer miembro.

$A' + AB' =$	$A'(1 + B') + AB'$	Teorema (5.1) y (6.2)
$=$	$A' + A'B' + AB'$	Distributiva (4.1)
$=$	$A' + B'(A' + A)$	Distributiva (4.1)
$=$	$A' + B'$	Teorema (9.1) y (6.2)

Partiendo del segundo miembro se puede llegar al primer miembro, siguiendo un procedimiento inverso.

Ejemplo 2.- Demostrar que:

$A + BC = (A + B)(A + C)$

Partiendo del 2do miembro.

$(A + B)(A + C) =$	$(A + B)A + (A + B)C$	Distributiva (4.1)
$=$	$A + AB + AC + BC$	Distributiva (4.1)
$=$	$A(1 + B + C) + BC$	Distributiva (4.1)
$=$	$A(1) + BC$	Teorema (5.1)
$=$	$A + BC$	Teorema (6.2)

2.2.5. Evaluación de problemas por medio del álgebra booleano: Evaluar problemas matemáticos por medio del álgebra booleano consiste en obtener valores o resultados, para ello se sigue los siguientes pasos:

Primer Paso: simbolización, se separan las proposiciones presentes en el ejercicio y/o problemas se las escribe unas debajo de otras y se les asigna letras variables o símbolos.

Segundo Paso: formalización, Se determinan las jerarquías. Para este propósito se examina la puntuación parte por parte hasta distinguir la conectiva principal.

Tercer Paso: tabulación, realizamos los procedimientos según definición pertinente.

Cuarto Paso: determinación, los resultados.

2.2.6. Modelo Booleano: Es un modelo de recuperación simple, basado en la teoría de conjuntos y el álgebra booleana. Dada su inherente simplicidad y su pulcro formalismo ha recibido gran atención y sido adoptado por muchos de los primeros sistemas bibliográficos comerciales. Su estrategia de recuperación está basada en un criterio de decisión binario (pertinente o no pertinente) sin ninguna noción de escala de medida, sin noción de un emparejamiento parcial en las condiciones de la pregunta.

2.2.7. Modelo Vectorial: El modelo de recuperación vectorial o de espacio vectorial propone un marco en el que es posible el emparejamiento parcial, asignando pesos no binarios a los términos índice de las preguntas y de los documentos. Estos pesos de los términos se usan para computar el grado de similitud entre cada documento guardado en el sistema y la pregunta del usuario.

2.2.8. Modelo Probabilístico: El modelo de recuperación probabilístico se basa en la equiparación probabilística, dados un documento y una pregunta, es posible calcular la probabilidad de que ese documento sea relevante para esa pregunta.

2.2.9. Modelo de recuperación booleano: es uno de los métodos más utilizados para la recuperación de información. Este modelo se basa en la agrupación de documentos, los cuales están compuestos por conjuntos de términos y en la concepción de las preguntas como expresiones booleanas, de ahí deriva el nombre de **modelo de recuperación booleano.** La principal característica es la consideración de la relevancia como un carácter puramente binario. Dentro del modelo, se presenta el lenguaje de consulta, y el mecanismo de indización utilizando los denominados índices inversos o archivos fantasmas.

Características Principales: Es un modelo de recuperación simple, basado en la teoría de conjuntos y el álgebra booleana. Dada su inherente simplicidad y su pulcro formalismo ha recibido gran atención y sido adoptado por muchos de los primeros sistemas bibliográficos comerciales. Su estrategia de recuperación está basada en un criterio de decisión binario (pertinente o no pertinente) sin ninguna noción de escala de medida, sin noción de un emparejamiento parcial en las condiciones de la pregunta.

Para el **modelo de recuperación booleano**, las variables de peso de los términos índice son todas binarias. A pesar de estos inconvenientes, el modelo booleano es todavía el modelo dominante en los sistemas comerciales de bases de datos de documentos y proporciona un buen punto de partida.

En este modelo el método de representación como ya hemos mencionado es definir a los documentos como un conjunto de términos de indexación o palabras claves.

Diccionario: Conjunto de todos los términos T = {t1, t2, t3,...}.

Documento: Conjunto de términos del diccionario donde tiene valor Di = {t1, t2, t3, ...} donde cada uno de los ti = Verdad si es una palabra clave del documento.

Las preguntas son expresiones booleanas cuyos componentes son términos de nuestro diccionario:

Operadores: O (U), Y (∩), No (-)

El algoritmo utilizado en el **método booleano** nos permite calcular el valor de la función de semejanza. Como entrada tenemos dos listas ordenadas ascendentemente y como salida una lista ordenada con la mezcla de las dos listas de entrada.

El método de ordenación puede ser el número de identificación de los documentos que agrupan los términos a recuperar. Para todo esto necesitaremos, una función que nos devuelva los identificadores de los documentos que contienen el término de la búsqueda, lo cual es sencillo si miramos el archivo invertido y luego se mezclan las listas.

Los beneficios de utilizar este método es que es un modelo de recuperación sencillo. Mientras que la problemática es que básicamente tenemos que considerar la relevancia como un aspecto puramente binario, y las extensiones que se pueden especificar para el manejo de pesos en el **modelo booleano**.

2.2.10. Modelo de recuperación vectorial: El modelo de recuperación vectorial o de espacio vectorial propone un marco en el que es posible el emparejamiento parcial a diferencia del modelo de recuperación booleano**,** asignando pesos no binarios a los términos índice de las preguntas y de los documentos. Estos pesos de los términos se usan para computar el grado de similitud entre cada documento guardado en el sistema y la pregunta del usuario.

Características Generales: Ordenando los documentos recuperados en orden decreciente a este grado de similitud, el **modelo de recuperación**

vectorial toma en consideración documentos que sólo se emparejan parcialmente con la pregunta, así el conjunto de la respuesta con los documentos alineados es mucho más preciso (en el sentido que empareja mejor la necesidad de información del usuario) que el conjunto recuperado por el modelo booleano. Los rendimientos de alineación del conjunto de la respuesta son difíciles de mejorar.

La mayoría de los motores de búsqueda lo implementan como estructura de datos y que el alineamiento suele realizarse en función del parecido (o similitud) de la pregunta con los documentos almacenados.

Funcionamiento: La idea básica de este modelo de recuperación vectorial reside en la construcción de una matriz (podría llamarse tabla) de términos y documentos, donde las filas fueran estos últimos y las columnas correspondieran a los términos incluidos en ellos. Así, las filas de esta matriz (que en términos algebraicos se denominan **vectores**) serían equivalentes a los documentos que se expresarían en función de las apariciones (**frecuencia**) de cada término. De esta manera, un documento podría expresarse de la manera:

d_1= (1, 2, 0, 0, 0, ..., 1, 3) : Siendo cada uno de estos valores el número de veces que aparece cada término en el documento.

La longitud del vector de documentos sería igual al total de términos de la matriz (el número de columnas).

De esta manera, un conjunto de m documentos se almacenaría en una matriz de m filas por n columnas, siendo n el total de términos almacenamos en ese conjunto de documentos. La segunda idea asociada a este modelo es calcular la similitud entre la pregunta (que se convertiría en el vector pregunta, expresado en función de la aparición de los n términos en la expresión de búsqueda) y los m vectores de documentos almacenados. Los más similares serían aquellos que deberían colocarse en los primeros lugares de la respuesta.

Cálculo de la similitud: Se dispone de varias fórmulas que nos permiten realizar este cálculo, la más conocida es la **Función del Coseno**, que equivale a calcular el producto escalar de dos vectores de documentos **(A y B)** y dividirlo por la raíz cuadrada del sumatorio de los componentes del **vector A** multiplicada por la raíz cuadrada del sumatorio de los componentes del **vector B**.

De esta manera se calcula este valor de similitud. Como es obvio, si no hay coincidencia alguna entre los componentes, la similitud de los vectores será cero ya que el producto escalar será cero (circunstancia muy frecuente en la realidad ya que los vectores llegan a tener miles de componentes y se da el caso de la no coincidencia con mayor frecuencia de lo que cabría pensar).

También es lógico imaginar que la **similitud máxima** sólo se da **cuando todos los componentes de los vectores son iguales**, en este caso la función del coseno obtiene su máximo valor, la unidad. Lo normal es que los términos de las columnas de la matriz hayan sido filtrados (supresión de palabras vacías) y que en lugar de corresponder a palabras, equivalgan a su raíz 'stemmed' (agrupamiento de términos en función de su base léxica común, por ejemplo: economista, económico, economía, económicamente, etc.). Generalmente las tildes y las mayúsculas/minúsculas son ignorados. Esto se hace para que las dimensiones de la matriz, de por sí considerablemente grandes no alcancen valores imposibles de gestionar.

No obstante podemos encontrar excepciones a la regla general, tal como parece ser el caso de **Yahoo!**, que no ignora las palabras vacías.

Para finalizar, la del coseno no es la única función de similitud. Existen otras, las cuales no son difíciles de calcular sino más bien de interpretar y que por tanto son menos aplicadas en Recuperación de Información.

Modelo de Recuperación Vectorial Generalizado: La idea del **modelo generalizado** es tomar el **grupo de vectores** mi que son **ortogonales** y adoptarlo como el conjunto de vectores bases para los subespacios de interés. Ortogonalidad no significa que las palabras índices son independientes. Por el contrario, las palabras índices son ahora correlacionadas por los vectores.

Funcionamiento: La independencia de las palabras clave en un **modelo vectorial** implica que el conjunto de vectores es linealmente independiente. Frecuentemente esta linealidad es interpretada como que los vectores son ortogonales.

En el **modelo vector generalizado**, los pesos (weights) son considerados independientes pero no ortogonales. Sea el conjunto de **palabras índices** { k1, k2, ... kt } y **los pesos** wi,j asociados a las **palabras índices y documentos** [ki, dj]. Si los pesos son binarios, toda posible concurrencia de palabras índices pueden ser representada por el conjunto de 2t "minterms" dados por m1 = (0,0,...0), m2 = (1,0,...0) y mt = (1,1,...1).

2.2.11. Modelo de recuperación probabilístico: Este tema presenta un modelo de recuperación clásico como es el **modelo de recuperación Probabilístico**, donde la base principal de su funcionamiento es el cálculo de la probabilidad de un documento de ser relevante a una pregunta dada. Los modelos anteriores están basados en la equiparación en la forma más «dura». En el booleano es o no coincidente, y en el vectorial el umbral de similitud es un conjunto, y si un documento no está no es similar y, por lo tanto, no recuperable.

Características Principales: Dentro de la recuperación probabilística, utilizaremos el **modelo de recuperación probabilístico de independencia de términos binarios** donde: "La probabilidad de los términos es independiente (un término es independiente de los otros)" y "los pesos asignados a los términos son binarios".

La equiparación probabilística se basa en que, dados un documento y una pregunta, es posible calcular la probabilidad de que ese documento sea relevante para esa pregunta.

Si un documento es seleccionado aleatoriamente de la base de datos hay cierta probabilidad de que sea relevante a la pregunta. Si una base de datos contiene N documentos, n de ellos son relevantes, entonces la probabilidad se estima en: **P(rel) = n/ N**

En concordancia con la teoría de la probabilidad, la de que un documento no sea relevante a una pregunta dada viene expresada por la siguiente formula:

P(↓rel) = 1 - P (rel) = N - n/

Obviamente, los documentos no son elegidos aleatoriamente, sino que se eligen sobre la base de la equiparación con la pregunta —basado en el análisis de los términos contenidos en ambos—. Así, la idea de relevancia está relacionada con los términos de la pregunta que aparecen en el documento.

Una pregunta dada divide la colección de documentos en dos conjuntos: los que responden a la pregunta y los que no.

Ventajas y desventajas de los modelos probabilísticos:

Numerosos experimentos demuestran que los procedimientos del modelo de recuperación probabilístico obtienen buenos resultados. De cualquier forma, los resultados no son mucho mejores que los obtenidos en el modelo booleano y en el vectorial. Posiblemente en el nuevo contexto de la recuperación a texto completo de bases de datos heterogéneas en Internet, compliquen lo suficiente la recuperación como para que las técnicas de recuperación probabilística se utilicen más.

Sin embargo, todos los documentos seleccionados no son realmente relevantes. Entonces, debemos considerar la posibilidad de que un documento sea relevante o no, dado que haya sido ya seleccionado. Supongamos que un conjunto de documentos S de la base de datos ha sido seleccionado en respuesta a una pregunta. La cuestión es hasta qué punto éste es el conjunto que debería haber sido seleccionado en respuesta a la pregunta. Un criterio debe ser seleccionar el conjunto si es más probable que un documento del conjunto sea más relevante que otro que no lo es.

Evidentemente, los **modelos de recuperación probabilísticos** envuelven muchos cálculos y premisas, que los expresados en este documento, pero como un acercamiento a este tema, en nuestra opinión es más que suficiente.

2.2.12. Las proposiciones lógicas: Se llama proposición a la relación de los términos que nos anuncian o determinan algo, cuya principal característica es ser verdadera o Falsa.

Ejemplo:

Los mamíferos son vertebrados

El oro es amarillo

En general las expresiones que no son enunciativas no pueden ser ni verdaderas, ni falsas, entre esta clase de expresiones se encuentran: *las preguntas, los mandatos, los deseos, las dudas*.

Clases de proposiciones: Las proposiciones pueden ser:

a) Simples o Atómicas

b) Compuestas, Coligativas o Moleculares

a) Proposiciones simples o atómicas: Son aquellas que constan de una sola proposición y no tienen término funcional.

Las proposiciones simples pueden ser: - Predicativas y - Relaciónales

Las Proposiciones simples predicativas: Son las que indican una circunstancia o una cualidad del objeto, Ejemplos:

- Jenry está trabajando.

- Junior es sabio.

Las Proposiciones simples relacionales: Indican una relación entre dos o más objetos, Ejemplos:

El Rector de la UNDAC. Es más alto que el Presidente Regional de Pasco.

Mario ama a Karol.

b) Proposiciones compuestas, coligativas o moleculares: Son las que están formadas por dos o más proposiciones simples enlazadas por términos funcionales, teniendo en cuenta el término de enlace, pueden ser: Conjuntivas, Implicativas, Hipotéticas o Condicionales, Disyuntivas y Bicondicionales o Equivalentes.

i) Proposiciones Conjuntivas: Son aquellas que están enlazada por el término funcional: sino, además, más, mas, aun cuando, pero, no obstante, sin embargo, aunque, empero, también, igualmente, tanto p como q, a pesar de, a menos que, a la vez, etc. Cuya simbolización es: “^ "; " . " ; “,”.

Ejemplos: Junior es contador y Soledad es administradora

Jenry es político, pero honesto.

Elva está enferma, sin embargo asiste a clases.

Algunos han nacido virtuosos, otros han conseguido la virtud y a otros les ha sido impuesta. *Una coma “,” puede hacer, también una CONJUNTIVA.*

ii) Proposiciones Implicativas , Hipotéticas o Condicionales: Son aquellas que están enlazadas por el términos: CONDICIONAL ORDENADO y CONDICONAL PARA ORDENARSE. Cuyo símbolo es el siguiente: "→”

<u>CONDICIONAL ORDENADO</u>

Si………..entonces……………

Si p entonces q

Si p , q

P por consiguiente q

P luego q

P de manera que q

P de ahí que q

P por lo tanto q

P en consecuencia q

Cuando p , q

Si p q

Como p q

P de modo que q

P se concluye q

Sólo p si q

P de ahí se sigue q

P así pues q

P se deduce q

P es una condición suficiente de q

Suponiendo de p , q

<u>CONDICIONAL PARA ORDENARSE</u>

P cada vez q

P dado que q

P ya que q

P puesto que q

P porque q

P supone q

P suficiente que q

P a condición de que q

P es una condición necesaria de q

P si q

P siempre que q

P pues q

P en vista de que q

Ejemplos:

Si aumenta el precio de la gasolina, entonces subirán los pasajes.

Zenaida viajará al extranjero, si obtiene su visa.

Saturno es un planeta puesto que es un astro del sistema solar.
Orson viajará al norte porque es miembro de la comisión investigadora.
Hace suficiente frío si el lago se ha helado

iii) Proposiciones Disyuntivas: Son aquellas que están enlazadas por el término”o”. Estás proposiciones pueden ser: - Fuertes o Exclusivas débiles o inclusivas.

- **Disyuntivas fuertes o exclusivas:** Son las que plantean dos situaciones, si se realiza una situación, la otra es imposible de realizarse cuyo símbolo es: “ Δ “, la conectiva :

O…………….o…………..

Ejemplos:

O mañana es martes o mañana es miércoles.

O estas vivo o estás muerto

- **Disyuntivas Débiles o inclusivas:** Son las que plantean dos situaciones, pudiendo realizarse uno o también las dos cuyo símbolo es “v”, Ejemplo:

Mañana iré al colegio o mañana iré al cine.

iv) Proposición Bicondicional o Equivalente: Son aquellas que están enlazadas por el término “si solo si” ,”entonces y solo entonces”, “cuando y solo cuando”, “ es una condición necesaria y suficiente de”, etc. Cuyo simbología es “ $\equiv$ “ , ” $\leftrightarrow$ “.

Ejemplo:

César ingresaría a la universidad si solo si se dedica de lleno al estudio.

2.2.13. Formalización lógica con proposiciones complejas: Consiste en la combinación de dos o más proposiciones coligativas, para lo cual se usaran: paréntesis, corchetes, llaves o signos de puntuación separando el antecedente del consecuente y señalando el símbolo principal o de mayor jerarquía, luego se tabula, el símbolo principal o de mayor jerarquía. Cuando en el resultado final todos los valores son verdaderos toma el nombre de **“Tautología”** indicándonos que dicho razonamiento es válido o correcto.

Cuando en el resultado final solamente algunos valores son verdaderos; si hay más verdades que falsedades se le llama**”Contingente”** y si hay más falsedades que verdades se le llama **“Consistente”** y si hay igual número de valores verdaderos y falsos se le llama **indeterminado;** todo esto indica que el razonamiento no es válido.

Cuando en el resultado final todos los valores son falsos se le llama **contradictorio o inconsistente,** indicándonos que dicho esquema es una contradicción.

Los operadores lógicos: Son los términos de enlace que dan jerarquía a una proposición molecular; estos operadores son de dos clases: “Diádicos” y “Monódicos”.

*** Los Operadores Diádicos**: Son los que como su nombre lo indica están entre dos componentes así, tenemos: $\wedge$; . ; $\supset$; $\therefore$; $\equiv$; $\vee$; Δ ;

*** Los Operadores Monádicos**: Son aquellos que como su nombre lo indica van siempre ante un componente así tenemos, la negación: ~

2.2.14. Equivalencias lógicas: Dos proposiciones p y q son equivalentes si sus tablas de verdad son idénticos, generalmente la equivalencias se denota por $p \equiv q$.

Ejemplo:

Verificar que las siguientes proposiciones son equivalentes

i) A: $p \wedge \sim q$ B: $\sim(\sim p \vee q)$

p q	$p \wedge \sim q$		$\sim(\sim p \vee q)$		
VV	F	F	F	F	V
VF	V	V	V	F	F
FV	F	F	F	V	V

FF F V F V V

Idénticos

$\therefore \quad p \wedge \sim q \equiv \sim(\sim p \vee q)$

ii) A: $[p \rightarrow (\sim p \wedge q)] \wedge r$ B: $\sim(r \rightarrow p)$

p q r	$[p \rightarrow (\sim p \wedge q)] \wedge r$			$\sim(r \rightarrow p)$	
VVV	F	F	F	F	V
VVF	F	F	F	F	V
VFV	F	F	F	F	V
VFF	F	F	F	F	V
FVV	V	V	V	V	F
FVF	V	V	F	F	V
FFV	V	F	V	V	F
FFF	V	F	F	F	V

Idénticos

$\therefore \quad [p \rightarrow (\sim p \wedge q)] \wedge r \equiv \sim(r \rightarrow p)$

Equivalencias notables: Convenientemente diremos que T = Tautología (V) y C = Contradicción (F). Entre las equivalencias notables tenemos:

1.- Principio de Identidad

$p \rightarrow p \equiv T$

$p \leftrightarrow p \equiv T$

2.- Principio de No Contradicción

$\sim(p \wedge \sim p) \equiv T$

3.- Principio del Tercio Excluido

$p \vee \sim p \equiv T$

4.- Leyes Conmutativas

$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

$(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$

5.- Leyes Asociativas

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$

6.- leyes de Idempotencia

$(p \wedge p) \equiv p$

$(p \vee p) \equiv p$

7.- Ley de la Doble Negación

$\sim (\sim p) \equiv p$

8.- Leyes Distributivas

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

$p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

9.- Leyes de Absorción

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$

10.- Leyes de Morgan

$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

$p \wedge q \equiv \sim (\sim p \vee \sim q)$

$p \vee q \equiv \sim (\sim p \wedge \sim q)$

11.- Leyes de Implicación (condicional)

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$p \rightarrow q \equiv \sim (p \wedge \sim q)$

12.- Leyes de la Bicondicional

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

13.- Leyes de la Disyunción Fuerte

$p \, \Delta \, q \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

$p \, \Delta \, q \equiv (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

14.- Leyes de Transposición

$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

$p \leftrightarrow q \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p$

15.- Leyes Transitivas

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

$[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

16.- Leyes Adicionales

a) $p \vee F \equiv p$ b) $p \vee V \equiv V$

c) $p \wedge F \equiv F$ d) $p \wedge V \equiv p$

e) $p \wedge \sim p \equiv F$

Ejemplos: Simbolizar y encontrar el equivalente de:

1.- **"**Es imposible que Juan no estudie"

Formalizando: p = Juan estudia

Es imposible que no p

Simbolizando: $\sim (\sim p)$

Equivalente: p (doble negación)

Resultado: Juan estudia

2.- "Pedro baila y canta"

Formalizando: p = Pedro baila

q = Pedro canta

p y q

Simbolizando: $p \wedge q$

Equivalente: $q \wedge p$ (conmutativa)

Resultado: "Pedro canta y baila"

3.- "Franco estudia y trabaja, pero práctica fútbol"

Formalizando: p = Franco estudia

q = Trabaja

r = Práctica fútbol

p y q, pero r

Simbolizando: $(p \wedge q) \wedge r$

Equivalente: $p \wedge (q \wedge r)$ (asociativa)

Resultado: "Franco estudia, pero trabaja y practica deportes"

2.3. Definición de términos

Matemática: La definimos como, el conjunto de conocimientos construidos por el hombre, basados en la ciencia de los números que está en constante reinvención y descubrimiento con la finalidad de explicar la realidad y para satisfacer sus necesidades.

Matemática Recreativa: Es la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, y también la que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos o ideas o problemas matemáticos.

Algoritmo: Algoritmo (del griego y latín, dixit algorithmus y este a su vez del matemático persa *Al-Juarismi*) es un conjunto pre escrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad. Dados un estado inicial y una entrada, siguiendo los pasos sucesivos se llega a un estado final y se obtiene una solución. Los algoritmos son el objeto de estudio de la algoritmia.

Pensamiento: Es aquello que es traído a la existencia a través de la actividad intelectual. Por eso, puede decirse que el pensamiento es un producto de la mente, que puede surgir mediante actividades racionales del intelecto o por abstracciones de la imaginación.

Pensamiento matemático: Según Schoenfeld A. H. (1992) los objetivos de la instrucción matemática dependen de la conceptualización de lo que uno tenga de lo que es matemática. Tal conocimiento varía ampliamente; para el aprender a pensar matemáticamente significa "…desarrollo de un punto de vista matemático, valorando el proceso de matematización y de abstracción, teniendo predilección por su aplicación y desarrollar las competencias para el uso de los instrumentos al servicio del propósito de la dualidad: estructura de entendimiento y el sentido común de cómo hacer las matemáticas…”.

Aprendizaje: Es el proceso de construcción de representaciones personales significativas y con sentido de un objeto o situación de la realidad. Los aprendizajes no son solo procesos intrapersonales, sino fundamentalmente interpersonales. Asimismo es necesario que el alumno y alumna durante el proceso de construcción tome conciencia de lo que desea aprender y cómo es que aprende (metacognición). Esto le permitirá descubrir sus potencialidades y limitaciones y le posibilitará ser capaz de enfrentar las dificultades que se le presentan con mayor éxito (Minedu, 1997:28).

Aprendizaje significativo*:* Es comprender un significado e incorporarlo a la estructura cognitiva, de modo de lo que tenga disponible; ya sea para reproducirlo o relacionarlo con otro aprendizaje, para solucionar problemas en fecha futura (Minedu, 1997:30).

Aprendizaje de conceptos: La idea de que la educación consiste en que el alumno adquiera un cúmulo de información sin significado, ya no nos rige. No puede pensarse más en que el punto de partida de la enseñanza lo constituye un temario infinito que hay que cubrir a como dé lugar, estructurando algunas veces lógicamente, sin alcanzar la claridad que sería deseable, y otras veces bajo el criterio respetable pero personal del maestro; ni puede continuarse la práctica de evaluación al estudiante, siempre y en todos los casos, a través de la comparación de su rendimiento con el de los demás miembros del grupo.

Capacidades: Constituyen las prácticas que son necesarias para regular racionalmente una actividad en ejecución y cuyo dominio es progresivo por los sujetos que practican dicha actividad. Dicho dominio se alcanza a través de una práctica continua, sistemática y asistida en la búsqueda de adquirir mayor solvencia en los desempeños que requiere de dichos procesos. Este es el sentido en el que deben entenderse las Capacidades de cada área, que están pensadas para cimentar el tipo de trabajo o de acciones que deben ser de naturaleza frecuente y regular en el tratamiento de todos los contenidos curriculares que le pertenecen al área, incluyendo en ello las disposiciones o estados de ánimo que influyen significativamente en tales acciones. Las capacidades son potencialidades inherentes a la persona y que ésta procura desarrollar a lo largo de toda su vida. Tienen carácter socio – afectivo y cognitivo, y están asociadas a actitudes y valores, garantizando así la formación integral de la persona. Con fines operativos se han formulado las capacidades fundamentales, capacidades de área y capacidades específicas.

Competencia: Es entendida como el dominio de un sistema complejo de procesos, conocimientos y actitudes que facilitan un desempeño eficaz y adecuado ante una exigencia de actuación típica dentro de las situaciones propias al ejecutante.

Educación: La educación es un proceso social y personal permanente, que procura desarrollar las potencialidades de cada persona y dinamizar la vida social, con la valoración, respeto y aprovechamiento honesto de las diferentes individuales. El eje del proceso educativo en la escuela es el alumno y la alumna (Minedu, 1997:27).

Enseñanza: Es la función del profesor que consiste en crear un clima de confianza, sumamente motivador, y de proveer los medios necesarios para que los alumnos desplieguen sus potencialidades. En esta perspectiva, el profesor actúa como un mediador afectivo y cognitivo en el proceso aprendizaje de los alumnos y alumnas (Minedu, 1997:32).

Estrategias: El término estrategia, cuando lo relacionamos con la educación, es el conjunto de actividades seleccionadas y organizadas en el tiempo y en el espacio por el docente para facilitar el aprendizaje; incluye: métodos, técnicas, procedimientos, medios y materiales educativos, señalando la relación existente entre ellos como con los objetivos y contenidos; su función es proporcionar a los alumnos lo necesario para lograr un objetivo de aprendizaje.

La estrategia didáctica es la **ejecución** ordenada de todos los elementos disponibles por parte del profesor, y la estrategia metodológica es la **planificación** ordenada de todos los elementos disponibles por parte del profesor.

Método – procedimiento: Entre método y procedimiento hay una estrecha relación, pues ambos se difieren; en la didáctica, al conjunto de medio que emplea el maestro para dirigir el aprendizaje de sus alumnos. Pero, a pesar de este punto de contacto, hay diferencias bastante, marcadas.

El método es un concepto más amplio que procedimiento, pues cada método necesita de uno o más procedimientos para su puesta en marcha. Si el método es, como se ha visto, en marcha, en camino, de acuerdo con un plan; el procedimiento, implica, como expresa su etimología, ponerse en movimiento, dinamizar el empleo del método, conectarlo con la realidad; en una palabra, hacerlo viable: De este modo, método y procedimiento son inseparables. “El método es el camino, los procedimientos son la marcha o manera de andar por él en el viaje de aprendizaje. Ellos varían de materia a materia, de método a método y a veces dentro de una misma clase”.

Procedimiento y forma didáctica; por las definiciones bosquejadas, podemos decir que la forma es el ropaje exterior con el cual se presenta la materia, mientras que los procedimientos son los medios específicos de que se vale el maestro, para aplicar un método. Hernández Ruiz expresa que el procedimiento es la única que expresa la manera de proceder en el desarrollo efectivo de una actividad cualquiera “y forma es, la única que significa aspecto o disposición particular del trabajo docente”. Es que el procedimiento implica los detalles, los medios que se emplean para poner en marcha el método, tales como actividades a cumplir, secuencias de las mismas, uso de materiales y momento de su empleo, etc.; y la forma se refiere al empleo de medios de los que va a servirse el maestro para que el alumno logre el aprendizaje, tales como la palabra, el libro, etc.

Metodología: Se refiere al proceso que se sigue en la aplicación del método. Pero, queremos recalcar que dicho proceso a seguir en cada método no significan pasos rígidos ni mucho menos. No ha pasado por nuestra mente querer reeditar los pasos formales, rígidos y esquemáticos. El esquema propuesto para cada método es susceptible de modificaciones en razón del tema, del nivel de estudios, del maestro, de los materiales y otras circunstancias especiales. Lejos estamos del esquematismo rígido, porque ello significa la muerte de la iniciativa del maestro.

Por otra parte, postulamos aquí un grupo de métodos llamados activos. Hasta ahora se ha escrito y hablado mucho acerca de los métodos activos, pero al momento de estudiar se hace solamente de los sistemas didácticos, son asuntos de la nueva educación y por ende de la escuela nueva. Pero, por definición, los sistemas son algo más que los métodos. Ya hemos aclarado nuestro punto de vista sobre el particular. Pero aún dentro de cada sistema didáctico va implícito algún método con procedimientos específicos, y que inclusive se puede aplicar sin necesidad de organizar el sistema respectivo. Así, dentro del sistema Winnetka está el método de trabajo individual, con procedimientos peculiares; y que este método, en cuanto tal, se puede aplicar sin necesidad de organizar la escuela bajo el sistema creado por Washburne. Por supuesto, que a estos métodos activos, tanto individualizados y colectivizados como globales, los presentamos como tesis, susceptibles de ideas discrepantes y de ampliaciones por estudiosos de la materia.

Texto: Lo dicho o escrito por un autor, notas o comentarios que sobre ello se hacen. Todo lo que se lee en un cuerpo de una obra impresa o manuscrita.

Rendimiento académico: Es el resultado del logro de los objetivos planteados en la programación curricular, lo cual se expresa a través de diferentes criterios de evaluación, de los cuales finalmente obtendremos un promedio.

Técnicas: La técnica no es el camino como el método, ni es enlazamiento de procesos como el sistema. Es el arte de recorrer ese camino o de ejecutar los procesos. Se refiere siempre al empleo adecuado de procedimientos, de ciertos instrumentos y a la utilización de ciertos materiales, ya se trate de una ciencia u oficio. En la actualidad, se entiende la técnica didáctica como algo que implica el mejor empleo de métodos, procedimientos y formas. Por tanto, al decir técnica didáctica hemos de entender, por lo menos para nuestro estudio, como la puesta en práctica adecuada de métodos, procedimientos y formas a la vez.

Proceso: Es el curso o serie de fenómenos sucesivos o vinculados entre sí que construyen un sistema, una unidad o una totalidad. Es, además, una sucesión de cambios en la que, a pesar de éstos, se mantiene una identidad de carácter. Se entiende, también, el proceso como el conjunto de procedimientos y secuencia de actividades a seguir en el desarrollo del aprendizaje.

CAPITULO III

METODOLOGÍA

3.1. Tipo de investigación:

La presente investigación, es tipo básico, en su nivel: Descriptivo - Explicativa. Es descriptiva, por cuanto tiene la capacidad de seleccionar las características fundamentales del objeto de estudio y su descripción detallada de las partes, categorías o clases de dicho objeto; y es explicativa, en la medida que se analizan las causas y efectos de la relación entre variable independiente y dependiente. Bernal (2000)[1].

3.2. Métodos de investigación:

Para el desarrollo de la presente investigación se emplearon: El método científico, experimental de campo, documental y bibliográfico y finalmente los métodos estadísticos. Ya que nos permitirá que a través del método científico se construirá el modelo teórico y deducción de secuencias particulares; el experimental de campo nos conllevará a contrastar los grupos a experimentar, el documental y bibliográfico nos servirá para revisar algunos informes y boletines publicados y el método estadístico permitirá recopilar, organizar codificar, tabular,

[1] BERNAL, C. (2000). Metodología de la Investigación para Administración y Economía. Colombia: Pearson, 111 - 113.

presentar, analizar e interpretar los datos obtenidos con el SPSS. V.21, durante el proceso y final de la investigación.

3.3. Diseño de investigación:

El diseño es cuasi - experimental con pre y post prueba elegidos para la comprobación de la hipótesis causal concuerda con la propuesta por Camphell y Stanley (1966), reproducido por Hernández (2003:258)[2]. En términos de García (1994), es denominado diseño entre-grupos. El siguiente esquema correspondería a este tipo de diseño:

G. E.	O_1	x	O_2
	- - - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - - - - -
G. C.	O_3	-	O_4

Donde:

O_1 y O_3	:	Aplicación del pre prueba antes de la investigación.
O_2 y O_4	:	Es la aplicación del post prueba después de la investigación
x	:	Aplicación del modelo Booleano clásico.
-	:	El Espacio en blanco significa que el grupo trabajará en forma rutinaria.
O_1 y O_2	:	Es el numerador, que es el grupo experimental.
O_3 y O_4	:	Es el denominador, que conforma el grupo control.
-----	:	Los segmentos en línea indican que los grupos serán intactos es decir estudiantes tal como están conformados en la muestra.

[2] HERNÁNDEZ, R, FERNÁNDEZ, C. y BAPTISTA L., P (2003). "Metodología de la Investigación". México: McGraw-Hill, .258.

3.4. Población y muestra de estudio:

La población estuvo conformada por 118 estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco. La muestra de estudio es no probabilística del tipo intencional, que estará constituido por los estudiantes de las secciones de primero y segundo grados respectivamente.

Grados de estudios	Población	%
1er año	24	20,34
2do año	22	18,64
3er año	26	22,04
4to año	22	18,64
5to año	24	20,34
Total	**118**	**100,0**

Fuente: Informe Unidad de Gestión Educativa Local Pasco 2012 y 2013

La muestra fue de 46 estudiantes, que viene a ser el 38,98% de la población total; el cual, como dice **Zelltiz y otros (1980:188), "**cumple con los requisitos mínimos del tamaño de muestra (10%) en el caso de una muestra no probabilística". Como los estudiantes de la muestra comprende a las secciones de primero y segundo grados, se estableció dos grupos, los que fueron compartidos del siguiente modo: el grupo experimental (GE) fue conformado por los estudiantes del primer grado (24 estudiantes) y el grupo control (GC), los estudiantes del segundo grado (22 estudiantes). Finalmente, la muestra quedó constituido por 46 estudiantes, tal como se detalla en el cuadro:

Secciones	Estudiantes	%	Grupos
Primero	24	52,17	**GE**
Segundo	22	47,83	**GC**
Total	**46**	**100%**	

Fuente: Informe Unidad de Gestión Educativa Local Pasco 2012 y 2013

3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos:

3.5.1. Descripción de las técnicas e instrumentos:

Fichaje : fichas bibliográficas, de citas, de resumen, de lectura.

Observación Directa : Sesión de clases, según cronograma.

Aplicación de pruebas: cuestionario pre y post test.

Notas de campo : anecdotario

El instrumento, comprende secciones que contiene ítems con criterios educativos, reacciones del usuario, acciones motoras y situaciones prácticas.

3.5.2. Recolección de datos:

Se realizó a través del *documental*: para la elaboración y ampliación de los antecedentes de la investigación, para la elaboración del marco teórico y conceptual referente a la investigación; de la misma manera con la *codificación*: para codificar a los estudiantes de las secciones elegidos representado por los grupos experimental y control respectivamente. Así mismo codificar el pre y post test en su aplicación; y la *tabulación*: para los datos que se obtendrán durante el proceso de la investigación.

3.6. Técnicas de procesamiento de datos:

3.6.1. Procesamiento manual: los textos que se utilizaran para encontrar información sobre investigación científica para su estudio con respecto a técnicas estadísticos y finalmente información acerca del marco teórico. Las láminas: fue de gran beneficio para encontrar información con relación al marco teórico.

3.6.2. Procesamiento electrónico: son utilizados como la Computadora, USB., Impresora, Scanner.

3.6.3. Técnicas estadísticas:

- La media: Es el valor obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos. Se utilizaron para conocer el promedio de las notas finales del pre y post test de los alumnos en tratamiento.

- Estadística Inferencial: sirvieron para obtener conclusiones de la investigación, por medio de las medidas: media aritmética, varianza, desviación estándar y coeficientes de variación; para toda la población a partir del estudio de la muestra, y el grado de fiabilidad o significación de los resultados obtenidos numéricamente y con orientación precisa de fórmulas adecuados para este fin..

- Para la comprobación de hipótesis se utilizó métodos de la estadística inferencial, como la prueba Z con un nivel de significación de 1% (α = 0,01) por tratarse de una investigación educativa y social, además para mayor precisión y exactitud de los resultados se utilizaran los programas computarizados Microsoft Excel y el SPSS versión 21.

3.7. Sistema de hipótesis y variables de investigación

3.7.1. General:

El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores influye positivamente en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.

3.7.2. Especificas:

Sus parámetros, teoremas y operadores son los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso.

Existe relación del modelo Booleano, a través de sus términos binarios para el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento.

3.7.3. Sistema de variables:

Consideramos una variable antecedente y una variable consecuente, que la identificamos como variable independiente y variable dependiente; así como algunas variables intervinientes, que las presentamos a continuación:

Variable independiente:

X: Modelo Booleano clásico.

Definición conceptual:

Es un modelo, basado en la teoría de conjuntos y el álgebra booleana. Dada su inherente simplicidad y su pulcro formalismo ha recibido gran atención y sido adoptado por muchos de los primeros sistemas bibliográficos comerciales. Su estrategia de recuperación está basada en un criterio de decisión binario (pertinente o no pertinente) sin ninguna noción de escala de medida, sin noción de un emparejamiento parcial en las condiciones de la pregunta.

Variable dependiente:

Y: Aprendizaje de proposiciones lógicas.

Definición conceptual:

Es el proceso de adquisición y construcción cognitiva de los conocimientos teóricos de las proposiciones lógicas y sus aplicaciones en la solución de situaciones problemáticas referidas a su entorno, para los estudiantes de la muestra en estudio.

Variable interviniente:

Caso reactivo del instrumento de aceptación o rechazo ante las preguntas o ítems del instrumento aplicado; así como también se tendrá en cuenta como: docente, contenidos del bimestre, medios y materiales educativos, método del profesor, nivel de motivación, edad, sexo y otros.

3.8. Operacionalización de variables

V. I. Modelo Booleano clásico

Definición operacional

El modelo booleano clásico, definimos como la capacidad para enfrentarse a situaciones problemáticas como: problemas numéricos, problemas literales, problemas de comprensión y problemas de domino; expresado en lo hace bien (LHB), lo hace con ayuda (LHA) y no lo sabe hacer (NSH).

DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIÓN	INDICADORES	ÍTEMS Y ÍNDICES
Es un modelo, basado en la teoría de conjuntos y el álgebra booleana. Dada su inherente simplicidad y su pulcro formalismo ha recibido gran atención y sido adoptado por muchos de los primeros sistemas bibliográficos comerciales.	I. Problemas numéricos	- Escribe los operadores en N; Z y Q. - Grafica los operadores en conjuntos. - Relaciona número con elemento.	Planteamos los ítems: I. 2 II. 3 III. 3 IV. 2 **TOTAL 10** **Índices:** 1: Lo hace bien (LHB) 2: Lo hace con ayuda (LHA) 3: No lo sabe hacer (NSH).
	II. Problemas literales	- Simboliza proposiciones. - Determina la diferencia entre palabra y símbolo. - Concreta los conectivos lógicos Booleanos.	
	III. Problemas de razonamiento	- Orienta la secuencia lógica de solución. - Determina signo conectivo final. - Interpreta leyes.	
	IV. Problemas de equivalencias	- Determina la razón en proposiciones coligativas. - Presenta vías de solución.	

V. D. Aprendizaje de proposiciones lógicas.

Definición operacional

El aprendizaje de proposiciones lógicas, definimos como la capacidad de codificar, de comprender, de elaborar y de memorizar para enfrentarse a operaciones internas del pensamiento matemático; expresado en: Básico, Intermedio, Superior y Avanzado

<table>
<tr><th>DEFINICIÓN CONCEPTUAL</th><th>DIMENSIÓN</th><th>INDICADORES</th><th>ÍTEMS Y ÍNDICES</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Es el proceso de adquisición y construcción cognitiva de los conocimientos teóricos de las proposiciones lógicas y sus aplicaciones en la solución de situaciones problemáticas referidas a su entorno, para los estudiantes de la muestra en estudio.</td><td>I. Codificación</td><td>- Percibe con facilidad.
- Selecciona la información</td><td rowspan="4">Planteamos los ítems:
I. 2
II. 3
III. 4
IV. 1
TOTAL 10

Índices:
1: Básico.
2: Intermedio.
3: Superior.
4: Avanzado</td></tr>
<tr><td>II. Comprensión.</td><td>- Reconoce la relación
- Reconoce la estructuras
- Resuelve problemas</td></tr>
<tr><td>III. Elaboración</td><td>- Compara semejanzas
- Infiere y razona.
- Formula hipótesis</td></tr>
<tr><td>IV. Memorización</td><td>- Permanente
- De trabajo</td></tr>
</table>

CAPITULO IV

MARCO PRÁCTICO

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Tratamiento estadístico e interpretación de datos.- En los siguientes cuadros y gráficos que a continuación expresamos se muestran los resultados obtenidos antes y después de la aplicación del modelo Booleano clásico en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco *- 2014*; así:

- Se presentan los resultados en cuadros y gráficos estadísticos del anexo 2 a los grupos experimental y control, visualizando su valoración porcentual.

- Con respecto al pre y pos test, anexo 3 y 4 respectivamente; presentamos de la misma forma en cuadros y gráficos estadísticos su interpretación, la distribución de frecuencias para obtener las medidas siendo analizadas y comparadas para la contratación de la hipótesis de la investigación, la misma que oriento el logro del objetivo general y los específicos.

- Para la confiabilidad de los instrumentos elaborado para la aplicación a la nuestra, se aplicó algunas fórmulas como Alfa – Cronbach ayudado por Pagano (2002), y el software estadístico SPSS versión 21.0 en español, la misma que orientó al cumplimiento de los objetivos propuestos.

- Para establecer las inferencias estadísticas se eligió un nivel de significación de 1% (α = 0,01) y una aceptación de acierto al 99% por tratarse de una investigación educativo - social. Para comprobar las hipótesis de estudio se aplicó la prueba Z, ya que la muestra de estudio supera a más de 30 estudiantes, la misma que orientó la explicación de las hipótesis programadas, por medio de la contratación de hipótesis, según 4.3. de la presente.

4.1.1 Resultados de las pruebas

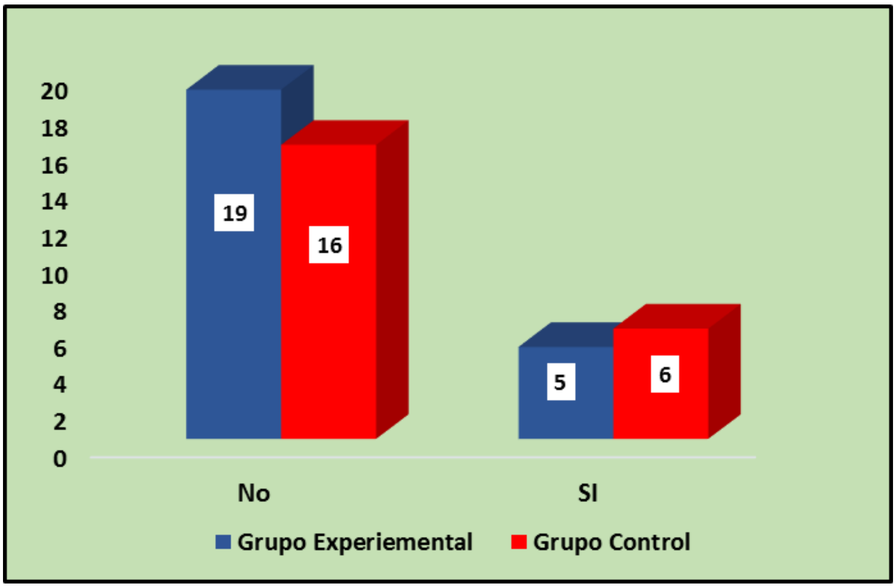
Se aplicó la encuesta a los estudiantes de la muestra (anexo 2), para ser orientados sobre el modelo Booleano clásico en el aprendizaje de proposiciones lógicas; con los indicadores cerrados, siendo los resultados los siguientes:

Cuadro 1: Estas informado sobre el modelo Booleano en matemática.

VALORACIÓN / GRUPOS	NO	%	SÍ	%	TOTAL	%
Grupo Experimental	19	41,30	5	10,87	24	52,17
Grupo Control	16	34,78	6	13,05	22	47,83
TOTAL	35	76,08	11	23,92	46	**100**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Gráfico



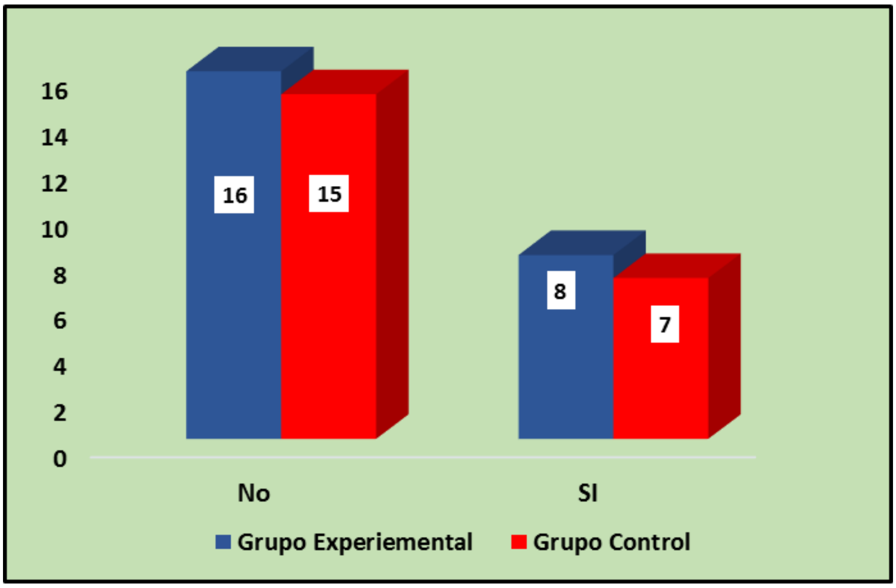
Interpretación: De acuerdo al cuadro 01 con respecto a la información sobre el modelo Booleano clásico, se observa que 35 de los 46 estudiantes expresan que no están informados que es representado por el 76,08% del 100%; mientras el 23,92% mencionan que están informados sobre este modelo, notamos que es necesario la difusión de este tópico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas.

Cuadro 2: El profesor de matemática en sus clases informa sobre el modelo Booleano.

VALORACIÓN / GRUPOS	NO	%	SÍ	%	TOTAL	%
Grupo Experimental	16	34,78	8	17,39	24	52,17
Grupo Control	15	32,61	7	15,22	22	47,83
TOTAL	31	67,39	15	32,61	46	**100**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Gráfico



Interpretación: Con respecto a la interrogante si el profesor de matemáticas en sus clases informa sobre el modelo Booleano, del cuadro y gráfico precedente nos informamos que con el 67,39% mencionan que no lo informan y el resto al 100% afirman que sí, con este cuadro corrobora lo expresado en el cuadro 1, siendo necesario el tratado de esta temática en los espacio educativos de esta área.

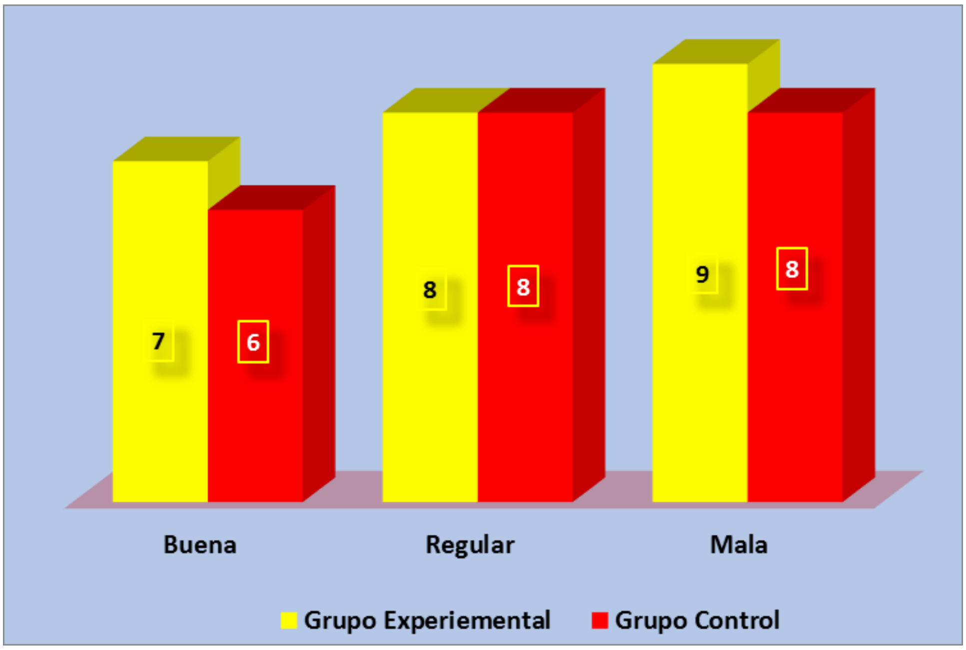
Cuadro 3: Las clases de tu profesor de matemática es:

VALORACIÓN / GRUPOS	Buena	%	Regular	%	Mala	%	Total	%
Grupo Experimental	7	15,22	8	17,39	9	19,57	24	52,17
Grupo Control	6	13,04	8	17,39	8	17,39	22	47,83
TOTAL	13	28,26	16	34,78	17	36,96	46	**100**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Interpretación: Con respecto a la valoración sobre las clases del profesor de matemática, observamos que existe un compartimiento entre regular y mala con 16 y 17 estudiantes que representa el 71,74%, mientras que 13 estudiantes que representan el 28,26% del total en el indicador buena. Ello nos induce que las clases no son motivantes, dinámicas ni creativas, por lo que es necesario otro tipo de modelo, y esto se corrobora con los cuadros 1 y 2. De la misma forma su gráfico se muestra, así:

Gráfico

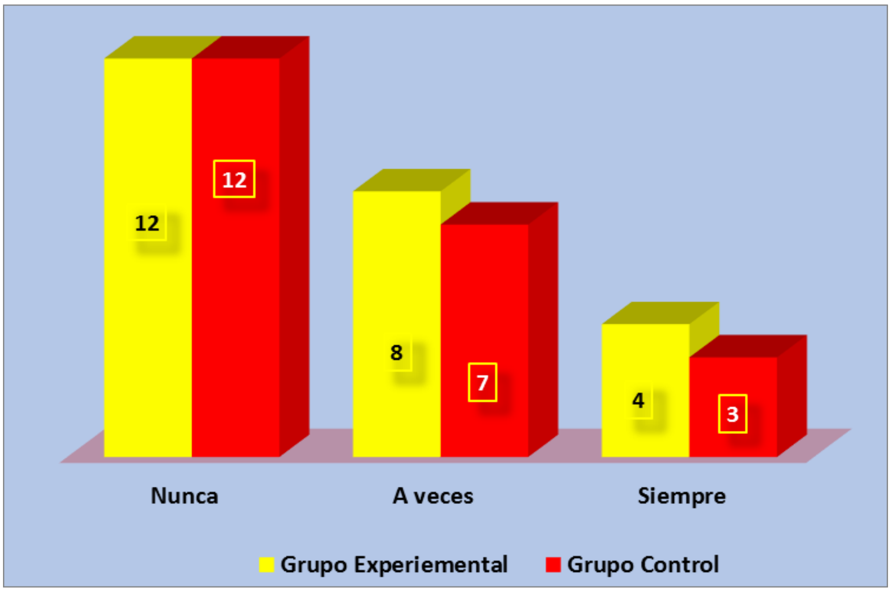


Cuadro 4: Con qué frecuencia el profesor de matemática presenta temas de desarrollo de competencias proposicionales que te dan la idea de un debate.

VALORACIÓN / GRUPOS	Nunca	%	A veces	%	Siempre	%	Total	%
Grupo Experimental	12	26,09	8	17,39	4	8,70	24	52,17
Grupo Control	12	26,09	7	15,22	3	6,52	22	47,83
TOTAL	24	52,18	15	32,61	7	15,22	46	**100**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Gráfico



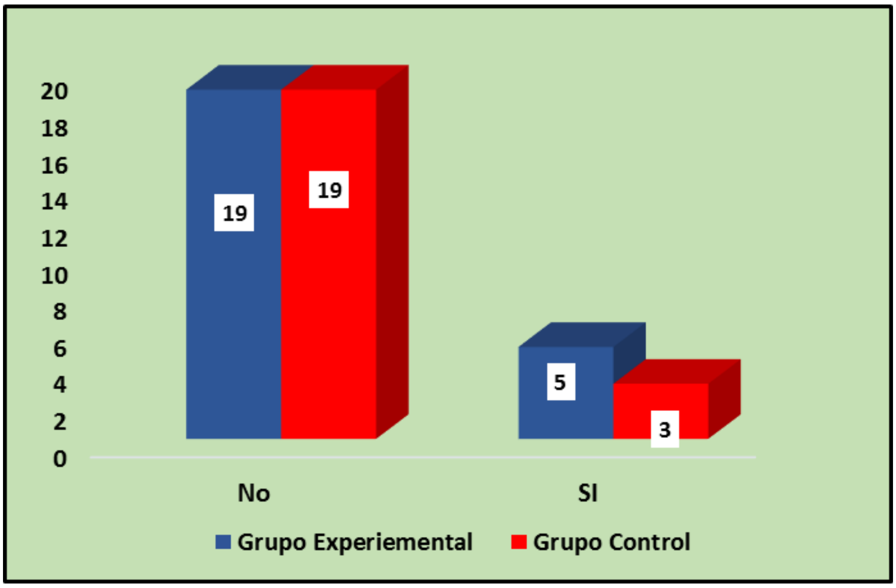
Interpretación: Con este cuadro expresamos las observaciones realizadas en los cuadros precedentes con respecto al razonamiento interpretativo que realiza los estudiantes, puesto que el 52,18% manifiesta que nunca presentó el profesor temas de interpretación de proposiciones, mientras que a veces el 32,61% y siempre un 15,22%. Esto nos precisa a pensar que las clases solamente están centradas en expositivas y no llegando a ser sesiones razonadas ni dialogantes en base a interrogantes provocadas como nos invita el modelo Booleano.

Cuadro 5: Estás de acuerdo que se presentan temas para la discusión entre compañeros y tu investigación.

VALORACIÓN / GRUPOS	SÍ	%	NO	%	Total	%
Grupo Experimental	19	41,30	5	10,87	24	52,17
Grupo Control	19	41,30	3	6,52	22	47,83
TOTAL	38	82,60	8	17,39	46	**100**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Gráfico



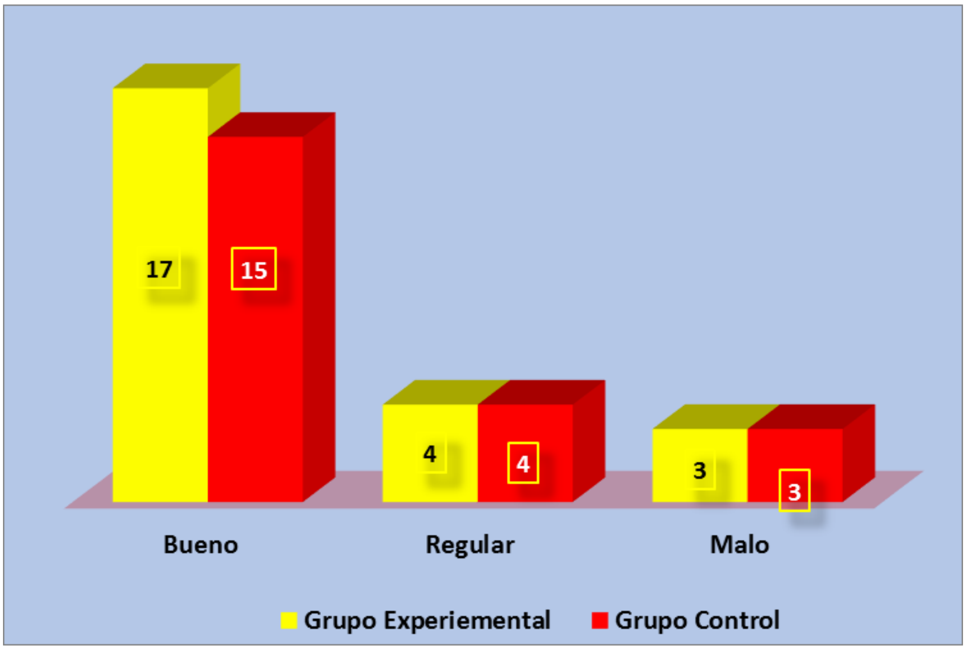
Interpretación: Sobre la inquietud si estás de acuerdo que te presentan temas de matemática a base de modelos de interpretación, para la discusión entre compañeros y tu investigación, la respuesta de los estudiantes del 100% un 82,60% menciona que sí es necesario y un 17,39% manifiesta que no lo es necesario. Con ello precisamos que es necesario un medio provocador para el estudiante a base de otro modelo, con ello se estaría formando hábitos de participación en clases, entre otros.

Cuadro 6: Si el profesor de matemática te presenta temas de desarrollo de competencias de proposiciones por medio de software educativo tu aprendizaje seria.

VALORACIÓN / GRUPOS	Bueno	%	Regular	%	Malo	%	Total	%
Grupo Experimental	17	36,96	4	8,70	3	6,52	24	52,17
Grupo Control	15	32,61	4	8,70	3	6,52	22	47,83
TOTAL	32	69,57	8	17,39	6	13,04	46	**100**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Gráfico



Interpretación: Con respecto a su aprendizaje por medio de un software educativo, los estudiantes manifestaron que sería bueno un 69,57%, regular 17,39% y malo 13,04%, entonces los estudiantes son conscientes con un modelo apropiada y diversificada seria lo pertinente y adecuado.

4.1.2 Interpretación de pre test: Según la aplicación del anexo 3, se arriba a las siguientes interpretaciones:

Cuadro 7: Grupo experimental

PUNTOS	x_i	f_i	h_i%	x_if_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
05 – 10	7,5	14	58,33	105	-2,5	6,25	87,50
10 – 15	12,5	8	33,33	100	2,5	6,25	50,00
15 – 20	17,5	2	8,33	35	7,5	56,25	112,50
TOTAL		**24**	**100**	**240**			**250,00**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

$\bar{x}$ **= 10** **V = 10,42** **S = 3,23** **Cv = 0,32**

Interpretación: Observamos que al aplicar una prueba como experiencia antes de la experiencia con el modelo Booleano clásico, se percibe que el 58,33% de ellos tienen calificativos menores que 10 puntos y el resto superior a este, de la misma forma se observa la media aritmética ($\bar{x}$), varianza (V), desviación estándar (S) y coeficiente de variación (Cv).

Cuadro 8: Grupo control

PUNTOS	x_i	f_i	h_i%	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
05 – 10	7,5	12	54,55	90	-2,73	7,45	89,43
10 – 15	12,5	8	36,36	100	2,27	5,15	41,2
15 – 20	17,5	2	9,09	35	7,27	52,85	105,71
TOTAL		**22**	**100**	**225**			**236,34**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

$\bar{x}$ **= 10,23** **V = 10,74** **S = 3,28** **C_V = 0,32**

Interpretación: A comparación del cuadro anterior, se puede notar diferencias, en las medidas; con estos datos podemos afirmar que es necesario un modelo de estudio por medio de su taxonomía y operadores para el aprendizaje y poner en evidencias la comprensión de proposiciones lógicas.

4.1.3 Cumplimiento de las sesiones: se realiza para cada actividad, conforme a las sesiones de aprendizaje, con la presentación del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de proposiciones lógicas, (ver modelo en anexo); su cumplimiento es:

- El grupo experimental (GE) con el modelo de aprendizaje
- Para el grupo control (GC) sin el modelo de aprendizaje

Cronograma de sesiones de aprendizaje:

Actividad	Grupo experimental	Grupo control
Presentación teórica del modelo booleano clásico	Del 1 al 3 de abril de 2014	
Aplicación de pre test	3 de abril de 2014	
1: La lógica	8 de abril de 2014	10 de abril de 2014
2: Símbolos de la lógica	22 de abril de 2014	24 de abril de 2014
3: Equivalencias lógicas	6 de mayo de 2014	8 de mayo de 2014
4: Estructura del pensamiento	20 de mayo de 2014	22 de mayo de 2014
5: El razonamiento deductivo inductivo	3 de junio de 2014	5 de junio de 2014
Autoevaluación	10 de junio de 2014	
Aplicación de post test	19 de junio de 2014	

4.1.4 Presentación de resultados:

Luego de la aplicación el modelo Booleano clásico para el aprendizaje de proposiciones lógicas al grupo experimental de acuerdo al cronograma de sesiones de aprendizaje y anexo 4, se puede observar los siguientes cuadros como resultado de la prueba de salida (pos test) a los grupos experimental y control.

Cuadro 9: Grupo experimental

PUNTOS	x_i	f_i	h_i%	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
05 – 10	7,5	2	8,33	15	-7,5	56,25	112,50
10 – 15	12,5	8	33,33	100	-2,5	6,25	50,00
15 – 20	17,5	14	58,33	245	2,5	6,25	87,50
TOTAL		**24**	**100**	**360**			**250,00**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

$\bar{x}$ = **15** **V = 10,42** **S = 3,23** **C_V = 0,22**

Interpretación: Observamos en el cuadro precedente, 14 estudiantes o sea el 58,33% del total tienen calificativos mayores a 15 puntos, además observamos una media aritmética de 15 puntos un incremento de 5 puntos a comparación del cuadro 7; con ello podemos afirmar que es necesario para la comprensión de las proposiciones lógicas un modelo Booleano clásico con planificación adecuada.

Cuadro 10: Grupo control

PUNTOS	x_i	f_i	$h_i\%$	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
05 – 10	7,5	15	68,18	112,5	-2,05	4,20	63,04
10 – 15	12,5	5	22,73	62,5	2,95	8,70	43,51
15 – 20	17,5	2	9,09	35	7,95	63,20	126,41
TOTAL		**22**	**100**	**210**			**232,96**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

$\bar{x}$ **= 9,55** **V = 10,59** **S = 3,25** **C_V = 0,34**

Interpretación: Del cuadro 10, los estadígrafos respectivos luego del trabajo según cronograma de sesiones de aprendizaje y la aplicación del pos test; observamos que el 68,18% de los estudiantes tienen calificativos menores a 10 y las demás medidas con respecto al cuadro 8 tienen diferencias en descenso, así en la media aritmética de 10,23 a 9,55; con respecto a la varianza se tiene de 10,74 a 10,59 y la desviación estándar de 3,28 a 3,25 manifestándose en los datos una variación de descenso con ello se persiste en la aplicación de este modelo Booleano clásico con planificación pertinente.

4.2. Visualización de los estadígrafos:

4.2.1. Análisis de los resultados en el pre test:

Cuadro 11: Medidas comparativas de los grupos en el pre test:

MEDIDAS / GRUPOS	$\bar{x}$	V	S	Cv
Grupo experimental	10	10,42	3,23	0,32
Grupo Control	10,23	10,74	3,28	0,32

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

- El promedio general es $\bar{x}$ **=** 10,23 del grupo control, el cual representa un nivel superior al grupo de experimental.
- En los demás estadígrafos encontradas se observa que existe una diferencia en los grupos de estudio, a comparación del coeficiente de variación.

4.2.2. Análisis de los resultados en el post test:

Cuadro 12: Medidas comparativas de los grupos en el pos test:

MEDIDAS / GRUPOS	$\bar{x}$	V	S	Cv
Grupo experimental	15	10,42	3,23	0,22
Grupo Control	9,55	10,59	3,25	0,34

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

- El promedio general es $\bar{x}$ **=** 15 del grupo experimental, el cual demuestra que el modelo Booleano clásico**,** da resultados favorables en el aprendizaje de las proposiciones lógicas. por ser 15 mayor a 9,55 puntos respectivamente y la diferencia en las medidas a comparación del cuadro 11.

- El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores, de acuerdo con la matriz de consistencia (anexo 1) establecida para la investigación, tiene resultados positivos y favorables en el aprendizaje de las proposiciones lógicas.

4.3. Contrastación de hipótesis:

Para probar la hipótesis, se analizó teniendo en cuenta el diseño de investigación establecido, el resultado de la muestra de estudio y las hipótesis a través de la comparación de muestras independientes y dependientes.

Para la comprobación de la hipótesis se aplicó la **prueba Z**, con un nivel de significación de 0,01 ó 99% de confiabilidad (α = 0,01$_{2\ colas}$), para el cual planteamos la hipótesis estadística:

PRIMERO:

Hipótesis nula H_0: El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores no influye en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.

$\mu_1 = \mu_2$; Son iguales las medias del aprendizaje de los grupos en estudio

Hipótesis alterna H_1: El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores influye positivamente en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.

$\mu_1 \neq \mu_2$; Son diferentes las medias del aprendizaje de los grupos en estudio.

Para este caso están seleccionados los grupos experimental y control, determinando sus estadígrafos de cada uno de ellos, según los datos obtenidos y presentados en los siguientes cuadros:

Cuadro 13: Media del rendimiento de los alumnos según pre test:

MEDIDAS / GRUPOS	n	$\bar{x}$	V	S	Cv
Grupo experimental	24	10,00	10,42	3,23	0,32
Grupo Control	22	10,23	10,74	3,28	0,32
Total Media	**23**	**10,12**	**10,58**	**3,26**	**0,32**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Cuadro 14: Media del rendimiento de los alumnos según pos test:

MEDIDAS / GRUPOS	n	$\bar{x}$	V	S	Cv
Grupo experimental	24	15	10,42	3,23	0,22
Grupo Control	22	9,55	10,59	3,25	0,34
Total Media	**23**	**12,27**	**10,50**	**3,24**	**0,28**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

Cuadro 15: Media del rendimiento grupo experimental:

MEDIDAS / INSTRUMENTO	$\bar{x}$	V	S	Cve
Pre test cuadro 7	10,00	10,42	3,23	0,32
Post test cuadro 9	15,00	10,42	3,23	0,22
TOTAL MEDIA	**12,50**	**10,42**	**3,23**	**0,27**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

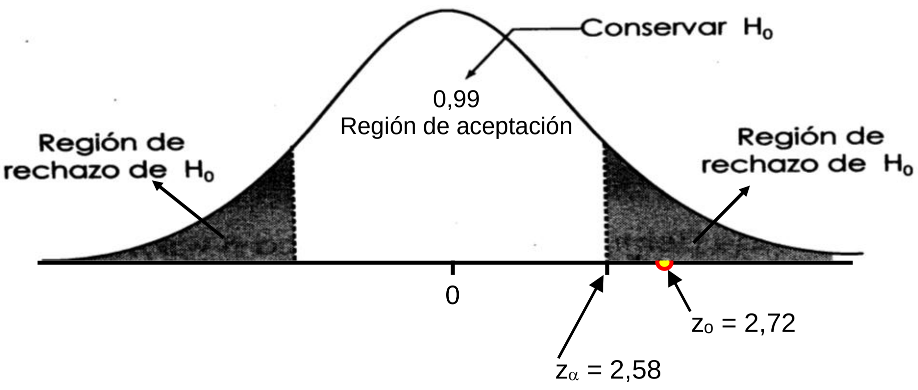
Cuadro 16: Media del rendimiento grupo control:

MEDIDAS / INSTRUMENTO	$\bar{x}$	V	S	Cvc
Pre test cuadro 8	10.23	10,74	3,28	0,32
Post test cuadro 10	9,55	10,59	3,25	0,34
TOTAL MEDIA	**9,89**	**10,67**	**3,27**	**0,33**

FUENTE: ELABORADO POR LOS INVESTIGADORES

SEGUNDO:

Al elegir el nivel de significancia de $\alpha = 0{,}01_{2\ colas}$ ó 1% dos colas o bilateral, esto quiere decir que observamos una probabilidad de 0,01 ó 1% de rechazar la hipótesis nula H_o y una región de aceptación al 0,99



TERCERO:

Por fórmula se halló $Z_o = 2{,}72$, donde la ubicación del resultado está en la región de rechazo; por lo que se descarta la hipótesis nula. Esto se realizó por ser una investigación con grupos: experimental y control, así:

$$z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{v_1}{n_1} + \frac{v_2}{n_2}}}$$

Dónde:

Z_0: valor del modelo estadístico

$\bar{x}_1$: media del rendimiento del grupo experimental

$\bar{x}_2$: media del rendimiento del grupo control

V_1: varianza del rendimiento del grupo experimental

V_2: varianza del rendimiento del grupo control

n_1: grupo experimental

n_2: grupo control

En esta fórmula y con los datos hallamos el valor de Z_0, así:

Z_0: ¿?

$\bar{X}_1$: 12,50

$\bar{X}_2$: 9,89

V_1: 10,42

V_2: 10,67

n_1: 24

n_2: 22

$$z_0 = \frac{12{,}50 - 9{,}89}{\sqrt{\frac{10{,}42}{24} + \frac{10{,}67}{22}}}$$

Entonces:

Z_0 = 2,72

CUARTO:

Tomando la decisión, Z_0 = 2,72 se encuentra en la región de rechazo, por lo tanto se rechaza la **H_0:** El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores no influye en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.; y se acepta la hipótesis alterna, es decir: **H_1:** El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores influye positivamente en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014., es decir concluimos que el modelo Booleano clásico por medio de sus taxonomía y operadores son óptimos para el uso en el proceso de aprendizaje de las proposiciones lógicas, con una planificación de sesiones de aprendizaje por actividades, porque IZ_0I mayor que IZ_αI, es decir I2,72I es mayor I2,58I y está en la región de rechazo; además I $\bar{X}_1$ I es mayor que

I $\bar{X}_2$I, en términos numéricos se puede mencionar que I12,50I es mayor que I9,89I; por estos considerandos se rechaza la $\mathbf{H_0}$ y queda confirmada y válida la $\mathbf{H_1}$. Con respecto al coeficiente de variación de los grupos se observa que el $\mathbf{C_{Ve}}$ es menor que $\mathbf{C_{Vc}}$, en función numérica es I0,27I esto es menor que I0,33I, con ello se demuestra que: Sus parámetros, teoremas y operadores son los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso; las demás medidas tienen diferencias como se presenta en los cuadros 15 y 16 respectivamente, de esta manera se cumple con los objetivos planteados y la existencia de la relación del modelo Booleano clásico a través de sus términos binarios para el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento.

Conclusiones

1. La utilización adecuada del modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores influye positivamente en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides - 2014, esto se corrobora con los resultados obtenidos en el proceso de la investigación, que antes del uso del modelo los estudiantes tendían total media del rendimiento 10,12 puntos según cuadro 13; después de haber desarrollado y cumplido 4.1.3. se obtuvo total media del rendimiento de 12,27 puntos según cuadro 14; existiendo una diferencia ascendente de 2,15 con respecto al inicio del proceso de investigación.

2. Al comprobar la hipótesis con la prueba Z con un nivel de significación de 0,01 ó 99% de confiabilidad ($\alpha = 0{,}01_{2\ colas}$), se llega al resultado $Z_o = 2{,}72$, según modelo donde la ubicación del resultado está en la región de rechazo; por lo que se descarta la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1.

3. Concluida con el cronograma de sesiones de aprendizaje con la presentación y aplicación del modelo Booleano clásico, se tomaron la prueba del pos test siendo los coeficientes de variaciones los siguiente el C_{Ve} es menor que C_{Vc}, en función numérica es I0,27I esto es menor que I0,33I, con ello se demuestra que: Sus parámetros, teoremas y operadores son los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso.

4. Existe relación del modelo Booleano, a través de sus términos binarios para el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento.; según las medidas estadísticas diferenciadas cuadros 15 y 16 respectivamente.

Sugerencias

1. Los profesores de la especialidad de matemática deben aplicar el modelo Booleano clásico, acompañado de su sesión de aprendizaje y una guía; para la comprensión de las proposiciones lógicas.

2. Los responsables en el área de matemática, con conocimiento sugeridos deben elaborar las lecciones pertinentes con este modelo Booleano clásico para elaborar una abstracción al conducir el diálogo con los alumnos cuando éste enfrenta una situación que le permita ejercitar sus potenciales cognitivos elevando sus niveles de comprensión proposicional.

3. En las instituciones educativas, se deben considerar en la programación curricular elementos principales del modelo Booleano clásico, como un modelo activo.

4. Se deben organizar cursos – talleres sobre la planificación y su utilidad del modelo Booleano clásico, para la comprensión de proposiciones lógicas.

Bibliografía

Libros:

- Avila Acosta R.B. 1997 — La Tésis Profesional, Aplicaciones y Ejemplos, Lima, editorial R.A.
- Armando o Rojo: — Algebra I. 7ma edición. Editorial el ateneo.
- Ayres, Frank. Mc Graw-Hill. Serie Schaum. — Ed. Álgebra Moderna (1994 edición). ISBN 968-422-917-8.
- Burón, J. — Enseñar a aprender: introducción a la metacognición. Bilbao: ediciones mensajeros. (1993)g
- Casanova, Gastón. Editorial Tecno. — ed. El álgebra de Boole (1975 edición). ISBN 84-309-0580-4.
- Chávez Noriega Alejandro, — Introducción a la lógica, Amaru editores s. a. 1ra edición enero de 1984, La Victoria Lima - Perú
- Courant R. y Robbins H, — ¿Qué es la Matemática? Ediciones Aguilar S.A. Quinta Edición, España 1967
- García Zubia, Javier; Sanz Martínez, Jesús; Sotomayor Basilio, Borja. — Universidad de Deusto. Departamento de Publicaciones. ed. Boole-Deusto entorno de diseño lógico (2004 edición). ISBN 84-7485-929-8
- González Carlomán, Antonio. — Universidad de Oviedo. Servicio de Publicaciones. ed. Retículo completo de Boole, lógica matemática, teoría de conjuntos (2006 edición). ISBN 84-8317-534-7
- Giménez Pradales, José Miguel. — Universidad Politécnica de Cataluña. Departamento de Matemática Aplicada III. ed. Álgebra de Boole para ingeniera técnica (2004 edición). ISBN 84-933451-0-5
- Ginés Gómez, José Carlos. Gines Gómez, José Carlos — ed. Puertas lógicas y álgebra de Boole, electrónica digital técnica de telecomunicación (1998 edición). ISBN 84-607-9518-7
- Gimeno, J.; X. Torres 1989. — Globalización y Proyectos Curriculares. Cuadernos de Pedagogía N°172. Edit. Fontalba. Barcelona

- González Carlomán, Antonio. Universidad de Oviedo. Servicio de Publicaciones. ed. Retículo completo de Boole. Lógica matemática teoría de conjuntos (2001 edición). ISBN 84-8317-264-X
- Gamarra Astuhuaman Guillermo. Estadística e investigación con aplicaciones de SPSS., Edit. San Marcos; 2015, Lima Perú
- Gutiérrez Mercedes Virgilio. Matemática (curso de actualización docente). Tomo I, editorial Omega, Lima Perú
- Gutiérrez Mercedes Virgilio. proposiciones lógicas, primera edición, ediciones "américa", Lima Perú
- Jane Ihnsa, Ignacio. Universidad de Barcelona. Publicaciones y Ediciones. ed. Álgebras de Boole y lógica (1989 edición). ISBN 84-7875-040-1
- Lázaro Carrión Moisés. Lógica y teoría de conjuntos, edit. Moshera S.R.L, Lima - Perú
- Luna, Doris.1992. Estadística Educacional. 1ra. Ed. Edit. U.N.E.V. Lima
- Masip Bruin, Xavier, Román Jiménez, José Antonio; Sánchez López, Sergio. Ediciones UPC, S. L. ed. Álgebra de Boole y funciones lógicas (1996 edición). ISBN 84-89636-20-6
- Montes Lozano, Antoni. Editorial UOC, S.L. Ed. Álgebras de Boole (2002 edición). ISBN 84-8429-979-1
- Montes Lozano, Antoni. Editorial UOC, S.L. Ed. Álgebras de Boole (2002 edición). ISBN 84-8429-926-0
- Permingeat, Noel; Glaude, Denis. Editorial Vicens-Vives, S.A. ed. Álgebra de Boole (1993 edición). ISBN 84-316-3294-1
- Rivera Espinoza Tito Armando, Zenteno Ruiz Armando Flaviano. Lógica matemática, CEM "AZAR", Pasco 2003
- Rubiños Torres Luis. Razonamiento Matemático moderno. (1000 problemas resueltos), III milenio, nueva edición, editorial Moshera S.R.I. Lima Perú
- Sampieri Hernández, Roberto. 1998. Metodología de la Investigación. 2da. edición, Colombia, editorial mc graw hill
- Stacey Kaye, Groves Susie. Unidades para Desarrollar el

	Razonamiento Matemático; resolver problemas: estrategias; editorial Narcea 1999, Madrid España
- Supes Patrick.	Primer curso de lógica matemática; 1968. edit. Reverte, s. a. impreso en España
- Tafur Portilla Raúl.	1995 marzo. La Tesis Universitaria. Editorial Mantaro
- Tamayo y Tamayo Mario.	1994. Diccionario de Investigación Científica. 2da. edición. México, editorial Limusa
- Tiñena Salvañà Francesc	Editorial UOC, S.L... ed. Àlgebres de Boole (gestió) (1998 edición). ISBN 84-8318-582-2
- Tiñena Salvañà Francesc	Editorial UOC, S.L... ed. Àlgebres de Boole (1998 edición). ISBN 84-8318-614-4
- Torres Bardales C.	1990. Orientaciones Básicas de Metodología de la Investigación Científica
- Valentín Salvador Timoteo	Razonamiento Matemático (siglo XXI). nueva edición, editorial San Marcos
- Yuren Camarena, M. T	1980. Leyes, Teorías y Modelos. México. editorial Trillas, segunda impresión
- Zenteno Ruiz, Armando y Rivera Espinoza Tito A	“evolución de la geometría” serie: geometría 1ra edición; impreso en centro de educación matemática “azar” 1997 cerro de Pasco, Perú

Documentos:

- Martínez Montero Jaime	Series monografías escuela española. editorial cisspraxis, s.a. 2000. Barcelona – España; una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI
- Ministerio de Educación	Nuestra Riqueza Chile, junio del 2003. departamento de estudios y estadísticas
- Ministerio de Desarrollo Humano	guía didáctico; (resolución de problemas matemáticos) la paz Bolivia 1995
- Novak, J.; D. Gowin	1988. Aprendiendo a Aprender.

	Martínez Roca S.A. Barcelona
- Olano Ernesto	Programa de Capacitación Docente. PUCP. Centros de Investigación y Servicios Educativos. Lima 2002

Revistas:

- Amaros, C; M. Llorens	1986. Los Procedimientos. Revista N°139 "Cuadernos de Pedagogía". Edit. Fontalba . Barcelona
- Chiroque, S.	1989. La Diversidad Curricular. Jornada Pedagógica N°5. Lima
- Editorial. Grao	Barcelona España. Modelización y Matemática. Revista Didáctica de las Matemáticas N° 31; publicación trimestral 2002
- Educa	1996. Integrándonos N°12. Edic. Educa Lima
- Hang Serge	Cálculo. volúmen I, addison-wesley publishing company-1973
- Gonzales M. Raúl	1991. La Sistematización de Experiencias una Aproximación Metodológica. Tarea N° 26
- Ministerio de Educación	Unidad de Medición de la Calidad Educativa. (boletín varios) 2002 a 2003

Página web:

- www.scm.org.co/Articulos/756.pdf
- www.didactica-y-matematica.idoneos.com/.../numeración_y_los booleanos..
- es.wikipedia.org/wiki/Algebra-Boole
- thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html-
- es.wikipedia.org/wiki/Matemática incaica
- www.cienciasinfronteras.com/clases/Emfoque Booleano.html
- schollaris.com.mx/020201ndecimal.php-

ANEXO

ANEXO 1

MATRIZ DE CONSISTENCIA

MODELO BOOLEANO CLÁSICO EN EL APRENDIZAJE DE PROPOSICIONES LÓGICAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIONES PEDAGÓGICAS DE LA UNDAC. – 2014.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES
GENERAL ¿Cómo es el modelo Booleano clásico en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014?	**GENERAL** Precisar el modelo Booleano clásico en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.	**GENERAL** El modelo Booleano clásico por medio de su taxonomía y operadores influye positivamente en el aprendizaje de proposiciones lógicas para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovaciones Pedagógicas de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión - 2014.	**Variable independiente:** Modelo Booleano clásico **Variable dependiente:** Aprendizaje de proposiciones lógicas
ESPECIFICOS ¿Cuáles son los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso? ¿Cómo se relaciona el modelo Booleano en el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento?	**ESPECIFICOS** Describir los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso. Determinar la relación del modelo Booleano en el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento.	**ESPECIFICOS** Sus parámetros, teoremas y operadores son los fundamentos teóricos del modelo Booleano clásico para el aprendizaje de las proposiciones lógicas para los estudiantes del caso. Existe relación del modelo Booleano, a través de sus términos binarios para el aprendizaje de proposiciones lógicas en los estudiantes en tratamiento.	

ANEXO 2

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA

ENCUESTA A ESTUDIANTES

INSTRUCCION: El presente tiene como finalidad recoger información Este cuestionario es de carácter anónimo y busca recabar información de lo más sincera y objetiva posible, conteste con veracidad y les agradeceremos.

I. DATOS GENERALES:

AÑO DE INGRESO A LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA: ……………….

EDAD: …………….. CÓDIGO: …………………….

II. ASPECTOS :

1. Estas informado sobre el modelo Booleano en matemática.

   Si ( ) No ( )

   Porque: ………………………………………………………………………………

2. El profesor de matemática en sus clases informa sobre el modelo Booleano.

   Si ( ) No ( )

   Como: ………………………………………………………………………………

3. Las clases de tu profesor de matemática es:

   Buena ( ) Regular ( ) Mala ( )

   ¿Porque? ………………………………………………………………………….

4. Con que frecuencia el profesor de matemática presenta temas de desarrollo de competencias proposicionales que te dan la idea de un debate.

   Nunca ( ) A veces ( ) Siempre ( )

5. Estás de acuerdo que se presentan temas para la discusión entre compañeros y tu investigación.

   Si ( ) No ( )

   ¿Porque? : ………………………………………………………………………

6. Si el profesor de matemática te presenta temas de desarrollo de competencias de proposiciones por medio de software educativo tu aprendizaje seria.

   Bueno ( ) Regular ( ) Malo ( )

   ¿Porque? : ……………………………………………………………………..

Cerro de Pasco,………………………………………..

ANEXO 3

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA

PRE TEST

Instrucciones:

- *Responda cada pregunta marcando solamente una de la alternativa.*
- *Cada pregunta correcta tiene un valor de 2,0 puntos y por cada pregunta incorrecta y/o en blanco tiene un valor de 0,0 puntos.*
- *Para resolver la presente prueba tiene un tiempo de 45 minutos.*

1. *Hallar la proposición equivalente a:*

"No es el caso que, hace frío y no se congela"

a) *Hace frio o no congela*
b) *No hace frio o congela*
c) *No hace frío o no congela*
d) *Hace frío o congela*
e) *Hace frío y no congela*

2. *Dada las preposiciones* ***¿cuáles son equivalentes entre sí?***

I. Es necesario que Franco no vaya al cine para que termine su tarea

II. .No es cierto que Franco termine su tarea o vaya al cine

III. Franco no termina su tarea y no irá al cine

a) Solo I y II *b) Solo II y III* *c) Solo I y III*

d) I, II y III *e) Ninguno es equivalente*

3. *El equivalente de la proposición* ***"Si Juan es deportista, mantiene una dieta estricta"*** *Es:*

a) *O Juan es deportista o mantiene una dieta estricta*
b) *Juan no es deportista y mantiene una dieta estricta*
c) *Juan mantiene una dieta estricta o no es deportista*
d) *Juan es deportista y no mantiene una dieta estricta*
e) *Juan no es deportista y no mantiene la dieta estricta*

4. *La proposición equivalente a:*

"No es un buen estudiante, sin embargo destaca en el fútbol" *es:*

a) *No es cierto que, sea un buen estudiante o no destaque en fútbol*
b) *Es un buen estudiante o no destaca en fútbol*

c) No es un buen estudiante y no destaca en fútbol

d) No es cierto que, no sea un buen estudiante y destaque en fútbol

e) No es el caso que, sea buen estudiante y no destaque en el fútbol

5. *El equivalente de la proposición:*

"hay que pagar 100 soles y ser socio para ingresar al teatro" *es:*

a) No ingresar al teatro y pagar 100 soles, y ser socio

b) Pagar 100 soles o ser socio, y no ingresar al teatro

c) Pagar 100 soles y ser socio, o no ingresar al teatro

d) Pagar 100 soles y no ser socio, y entrar al teatro

e) No es cierto que se 100 soles y sea socio, o ingresa al teatro

6. *Dada las proposiciones:*

p = *"Jimmy trabaja cuando gana más de 20 dólares diarios"*

q = *"Pedro trabaja, pero no se preocupa de su salario"*

Simbolizar la proposición

"Pedro no trabaja o se preocupa por su salario a menos que Jimmy trabaje cuando gane más de 20 dólares diarios"

a) $(p \rightarrow q) \vee p$ b) $\sim p \rightarrow \sim q$ c) $\sim q \wedge p$ d) $p \vee \sim q$ e) $\sim p \wedge \sim q$

7. *Determinar el equivalente de la siguiente proposición:*

"Si Alianza no campeona, entonces la hinchada sufre o el pueblo llora" *es:*

a) Alianza campeona y, la hinchada sufre o el pueblo no llora

b) No es cierto que, Alianza no campeona y no es el caso que la hinchada sufra o el pueblo llore

c) No es cierto que, Alianza campeona o no es verdad que la hinchada sufra o el pueblo llore

d) Alianza no campeona y, la hinchada sufre y el pueblo llora

e) El pueblo ríe y la hinchada goza porque Alianza campeona

8. *El equivalente de la siguiente proposición:*

"19 es primo porque 19 es primo o 40 es par, y 40 es par" *es:*

a) Si 19 es primo, entonces 40 no es par

b) Si 40 es par, entonces 19 no es primo *c) Si 19 no es primo, 40 no es par*

d) 40 es par o 19 es primo

e) 19 es primo ya que 40 no es par

9. *Cuáles de las siguientes proposiciones son equivalentes*

I. “El café es agradable, a menos que se le añada azúcar”

II. “El café es agradable si no añadimos azúcar”

III. “Si añadimos azúcar, el café es agradable”

IV. “Si añadimos azúcar, el café no es agradable”

a) I, II y III   b) I, II y IV   c) solo II y IV

d) solo II y III   e) Ninguna es equivalente a otra

10. *Si vas al estadio pierdes tu dinero. Si no vas al estadio, vas a la playa.*

Si no fuiste a la playa entonces:

a) No fuiste al estadio

b) No pierdes tu dinero

c) Pierdes tu dinero

d) Fuiste al estadio y ganaste dinero

e) Pierdes tu dinero y no fuiste a la playa

ANEXO 4

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA

POS TEST

Instrucciones:

- *Responda cada pregunta marcando solamente una de la alternativa.*
- *Cada pregunta correcta tiene un valor de 2,0 puntos y por cada pregunta incorrecta y/o en blanco tiene un valor de 0,0 puntos.*
- *Para resolver la presente prueba tiene un tiempo de 45 minutos.*

1. *Evaluar el siguiente esquema molecular y diga cuántas verdades tienen el resultado*

$[\sim p \rightarrow \sim (q \wedge r)] \,\Delta\, [(r \rightarrow \sim q) \vee p]$

a) Dos verdaderas

b) Cinco verdades

c) Seis verdades

d) Siete verdades

e) Ninguna verdad

2. *Si la proposición* **$q \rightarrow r$ es falsa,** *el valor de verdad de las siguientes proposiciones:*

I. $r \wedge (p \vee r)$

II. $\sim (q \wedge r)$

III. $(r \wedge \sim q) \rightarrow p$

IV. $p \wedge (q \rightarrow r)$

Son respectivamente:

a) FVFV b) VVFV c) VFVF d) FFFV e) FVVF

3. *Dada las proposiciones:*

q:" $\sqrt{7}$ es un numero racional"

p y r cualquier proposición, además se sabe que:

$\sim[(r \vee q) \rightarrow (r \rightarrow p)]$ es verdadera.

Hallar el valor de verdad de:

I. $r \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

II. $[r \leftrightarrow (p \wedge q)] \leftrightarrow (q \wedge \sim p)$

III. $(r \vee \sim p) \wedge (q \vee p)$

a) VVV b) FFF c) VFV d) FVV e) VVF

4. *Si se sabe que la expresión:*

$\sim \{(p \Delta s) \rightarrow [(p \rightarrow r) \vee (\sim q \vee s)]\}$ *es verdadera*

Hallar el valor de verdad de:

I. $\sim[(r \rightarrow k) \wedge \sim(p \wedge q \wedge s)]$

II. $\sim\{\sim[\sim(q \rightarrow p) \rightarrow (s \wedge w)]\}$

III. $(\sim q \wedge s) \rightarrow \sim(p \rightarrow r)$

a) VVF   b) VFF   c) FFF   d) VFV   e) FVV

5. *Luego de simbolizar, simplificar la Proposición:*

"Viene a casa o se va de viaje, pero no viene; en consecuencia se va de viaje"

a) Tautología   b) Contradicción   c) P   d) $p \vee q$ e) $p \rightarrow q$

6. *Luego, de simbolizar simplifique la proposición:*

"Cuando obtenga mi título entonces ingreso a la carrera magisterial, pero no ingreso a la magisterial, pero no ingreso a la carrera magisterial; luego, no obtuve mi título"

a) $\sim p$ b) p c) $p \wedge q$ d) contradicción   e) Tautología

7. *Simplificar la proposición:*

$\sim (p \rightarrow q) \vee [(p \wedge q) \Delta \sim (p \Delta q)]$

a) q b) $\sim q$ c) p d) $\sim p$ e) $p \wedge \sim q$

8. *Al simplificar la proposición:*

$[\sim p \rightarrow (q \wedge \sim p)] \rightarrow (\sim r \vee \sim p)$ *se obtiene*

a) $\sim (p \wedge r)$ b) $p \wedge \sim r$ c) $\sim p \wedge q$ d) $q \wedge \sim r$ e) $\sim p \vee (q \vee r)$

9. *Simplificar:*

$[\sim (p \rightarrow q) \rightarrow \sim (q \rightarrow p)] \wedge (p \vee q)$

a) q b) $\sim q$ c) p d) $\sim p$ e) $p \wedge \sim q$

10. *Simplificar a su mínima expresión:*

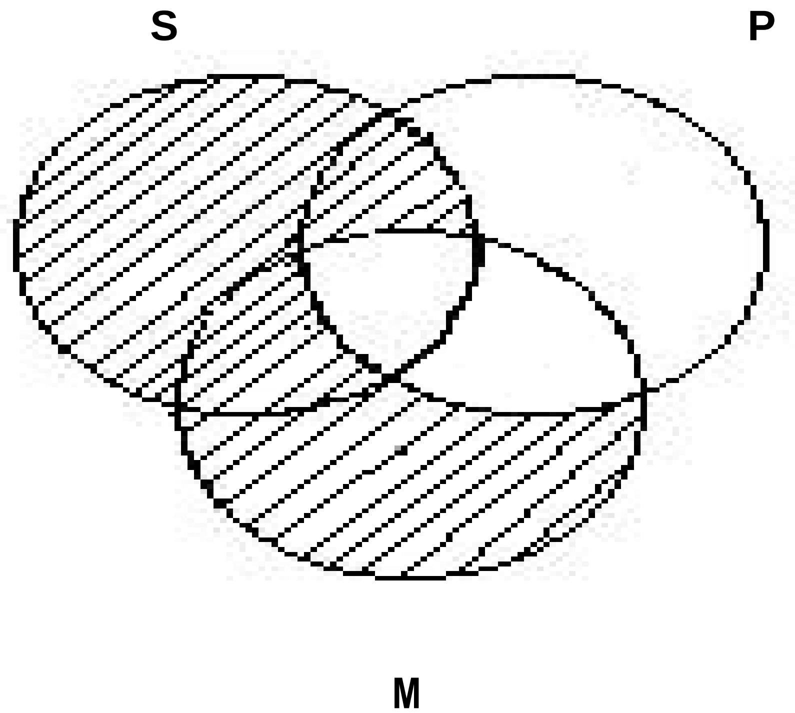
$\{[(p \rightarrow q) \vee \sim p] \wedge (\sim q \rightarrow p) \wedge [q \wedge (r \wedge s)]$

a) q b) p c) $p \wedge q$ d) $p \rightarrow q$ e) $\sim p \vee \sim q$

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION
Facultad de ciencias de la educación

Escuela de Formación Profesional de Educación secundaria

LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA



$$\begin{array}{l} M - P = 0 \\ \underline{S - M = 0} \\ \quad S - P = 0 \end{array}$$

MODELO BOOLEANO CLÁSICO

(Lecciones - 1)

AUTORES:

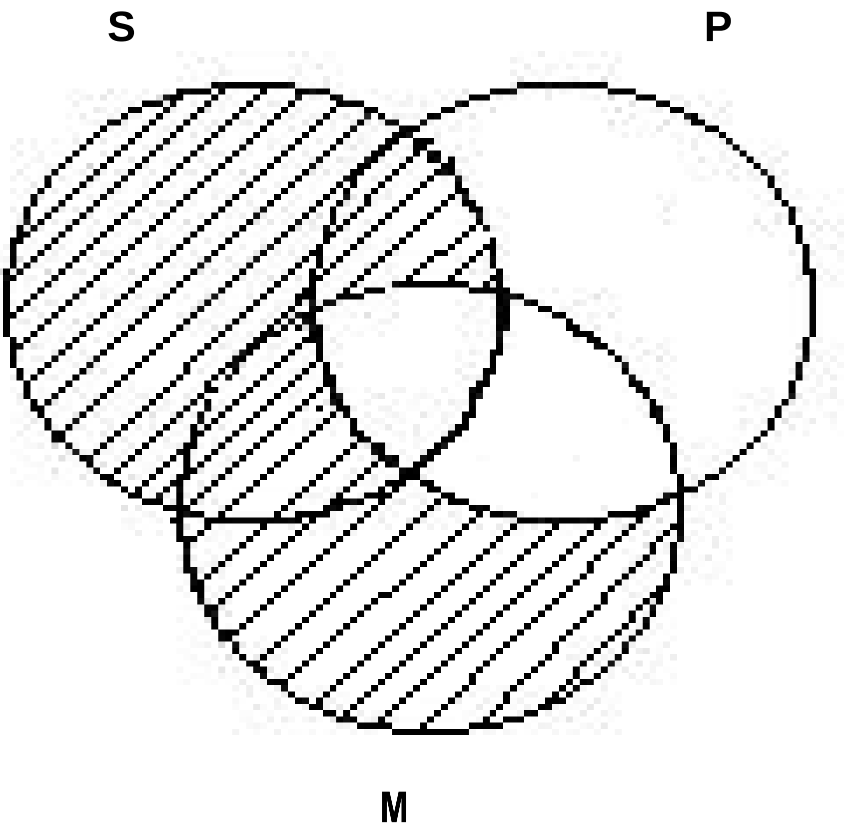
Carmen Luz SURCO ESTRELLA
Luis Rolando CORDOVA CRISPIN

CERRO DE PASCO - 2014

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION
Facultad de ciencias de la educación

Escuela de Formación Profesional de Educación secundaria

LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA



$$\begin{array}{l} M - P = 0 \\ \underline{S - M = 0} \\ S - P = 0 \end{array}$$

LÓGICA PROPOSICIONAL

(Lecciones - 2)

AUTORES:

Carmen Luz SURCO ESTRELLA
Luis Rolando CORDOVA CRISPIN

CERRO DE PASCO – 2014.